



**FORUM GURU BESAR**  
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG



# **Orasi Ilmiah Guru Besar Institut Teknologi Bandung**



## **MENGHUBUNGKAN TEORI DAN PRAKTIK** **Masalah Invers Statistik untuk Pengambilan Keputusan di Industri**

**Profesor Sapto Wahyu Indratno**  
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Institut Teknologi Bandung

**Aula Barat ITB**  
**12 Oktober 2024**



Orasi Ilmiah Guru Besar  
Institut Teknologi Bandung

**MENGHUBUNGAN  
TEORI DAN PRAKTIK**

Masalah Invers Statistik untuk  
Pengambilan Keputusan di Industri



Orasi Ilmiah Guru Besar  
Institut Teknologi Bandung

# **MENGHUBUNGAN TEORI DAN PRAKTIK**

Masalah Invers Statistik untuk  
Pengambilan Keputusan di Industri

**Prof. Sapto Wahyu Indratno**

12 Oktober 2024  
Aula Barat ITB



Hak cipta © pada penulis dan dilindungi Undang-Undang

Hak penerbitan pada ITB Press

Dilarang memperbanyak sebagian atau seluruh bagian dari buku ini tanpa izin dari penerbit

*Orasi Ilmiah Guru Besar Institut Teknologi Bandung:*

***Menghubungkan Teori dan Praktik: Masalah Invers Statistik  
untuk Pengambilan Keputusan di Industri***

Penulis : Prof. Sapto Wahyu Indratno

Reviewer : Prof. Agus Yodi Gunawan

Editor Bahasa : Rina Lestari

Cetakan I : 2024

ISBN : 978-623-297-587-3

e-ISBN : 978-623-297-588-0 (PDF)



© Gedung STP ITB, Lantai 1,  
Jl. Ganesa No. 15F Bandung 40132  
☎ +62 22 20469057  
🌐 www.itbpress.id  
✉ office@itbpress.id  
Anggota Ikapi No. 043/JBA/92  
APPTI No. 005.062.1.10.2018

"Masalah invers statistik adalah upaya untuk membalikkan pandangan kita, menjelajahi apa yang tersembunyi di balik data yang tampak, dan mengungkap kebenaran yang tak terlihat. Ini adalah seni mencari makna dalam ketidakpastian, dengan setiap data adalah jendela menuju pemahaman yang lebih dalam."





# PRAKATA

Segala puji dan syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Kuasa atas terselesaikannya buku orasi ilmiah ini. Tanpa karunia dan bimbingan-Nya, penulis tidak akan mampu menyelesaikan perjalanan akademis yang panjang ini. Buku ini merupakan bagian dari orasi ilmiah yang penulis sampaikan pada sidang terbuka Forum Guru Besar Institut Teknologi Bandung (FGB ITB), sebuah kesempatan berharga yang tak terhingga. Penulis berterima kasih yang sebesar-besarnya kepada pimpinan dan segenap anggota FGB ITB atas kesempatan ini.

Dalam buku ini, penulis mencoba menggali dan menguraikan konsep-konsep mendasar mengenai masalah invers klasik dan masalah invers statistik, serta bagaimana konsep-konsep tersebut dapat diterapkan pada berbagai sektor industri. Beberapa masalah yang saya bahas mencakup penerapan di bidang Asuransi dan Keuangan, Pertambangan, Kesehatan, dan Biologi. Lebih khusus lagi, saya mengulas tentang masalah invers statistik berbasis teorema Bayes, termasuk proses Gauss dan Gaussian Copula beserta keunggulan dan keterbatasannya.

Di bagian akhir buku ini, penulis juga menyampaikan beberapa penelitian yang telah saya kerjakan dengan kolaborasi bersama para peneliti lain dan pelaku industri. Penelitian-penelitian tersebut telah diaplikasikan dalam teknologi kesehatan untuk klasifikasi organ tubuh melalui gambar, di industri sawit untuk rekonstruksi distribusi hama guna peringatan dini, serta di industri asuransi untuk penentuan premi asuransi siber.

Tentu saja, pencapaian ini bukanlah hasil dari kerja penulis sendiri. Ada begitu banyak pihak yang telah memberikan dukungan, bimbingan, dan motivasi sepanjang perjalanan karier penulis. Ucapan terima kasih yang mendalam penulis haturkan kepada para dosen di lingkungan keilmuan matematika, khususnya anggota Kelompok Keahlian (KK) Statistika, tenaga kependidikan Matematika ITB, dekanat dan staf administrasi FMIPA ITB, mahasiswa-mahasiswaku, serta rekan-rekan dosen dan peneliti serta kolega industri yang telah berkontribusi dalam berbagai kolaborasi ilmiah.

Akhir kata, dengan rasa hormat dan doa yang tulus, penulis ucapkan terima kasih yang tak terhingga atas dukungan dan doa orang tua kami, Bapak (Alm.) dan juga Ibu, yang selalu menjadi sumber motivasi di setiap langkah karier penulis di ITB. Juga kepada istri tercinta, Ida Widianingsih, serta anak-anak, Raditya Aryanatha Indratno dan Danika Kirana Indratno, yang selalu memberikan dukungan dan cinta tanpa batas.

Semoga buku ini dapat memberikan manfaat dan menjadi sumbangsih bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan penerapannya di dunia industri.

Bandung, 12 Oktober 2024

Prof. Sapto Wahyu Indratno

# SINOPSIS

Buku orasi ilmiah dengan judul *Menghubungkan Teori dan Praktik: Masalah Invers Statistik untuk Pengambilan Keputusan di Industri* menyajikan penjelasan mendalam mengenai pentingnya penerapan teori matematika dan statistik dalam menyelesaikan masalah-masalah kompleks di berbagai industri. Buku ini dimulai dengan eksplorasi konsep dasar mengenai masalah invers klasik dan statistik, kemudian memberikan contoh penerapannya di industri Asuransi dan Keuangan, Pertambangan, Kesehatan, dan Biologi.

Di bagian selanjutnya, buku ini membahas secara khusus masalah invers statistik yang berbasis pada teorema Bayes, termasuk proses Gauss dan Gaussian Copula. Metode ini dipaparkan dengan jelas, termasuk keunggulan serta keterbatasannya dalam mengatasi tantangan nyata di industri.

Sebagai penutup, buku ini menyajikan berbagai penelitian kolaboratif yang telah dilakukan oleh penulis dengan para peneliti dan praktisi industri. Penelitian-penelitian tersebut berhasil diaplikasikan dalam teknologi citra untuk klasifikasi gambar, di industri sawit untuk rekonstruksi distribusi hama sebagai alat peringatan dini, serta di industri asuransi untuk penentuan premi asuransi siber. Buku ini menjadi jembatan yang menghubungkan teori ilmiah dengan praktik industri, serta menjadi referensi penting bagi para akademisi dan praktisi yang tertarik dengan pengaplikasian masalah invers statistik di dunia nyata.



# DAFTAR ISI

PRAKATA.....	VII
SINOPSIS .....	IX
DAFTAR ISI.....	XI
DAFTAR GAMBAR .....	XIII
1 PENDAHULUAN .....	1
1.2 Masalah Invers Deterministik.....	1
1.3 Masalah invers Statistik .....	3
2 MASALAH-MASALAH INVERS STATISTIK DALAM INDUSTRI.....	9
2.1 Masalah Invers Statistik dalam Aktuaria .....	9
2.2 Masalah Invers Statistik dalam Keuangan dan Ekonomi .....	10
2.3 Masalah Invers Statistik dalam Kedokteran dan Biologi .....	11
2.4 Masalah Invers Statistik dalam Pertambangan .....	12
3 PENELITIAN DALAM MASALAH INVERS DAN APLIKASINYA .....	13
3.1 Penelitian Masalah Invers Deterministik .....	13
3.2 Penelitian Masalah Invers Statistik .....	16
4 PENUTUP.....	57
5 UCAPAN TERIMA KASIH .....	59
DAFTAR PUSTAKA.....	63
CURRICULUM VITAE.....	69



# DAFTAR GAMBAR

<b>Gambar 1</b>	Rekonstruksi $f_1$ untuk beberapa tingkat galat (S.W. Indratno 2009b) .....	15
<b>Gambar 2</b>	Rekonstruksi $f_2$ untuk beberapa tingkat galat (S.W. Indratno 2009b) .....	15
<b>Gambar 3</b>	(a) Sampel vektor acak Normal multivariat, (b) Sampel fungsi acak proses Gauss. ....	16
<b>Gambar 4</b>	(a) Sampel fungsi acak proses Gauss <i>prior</i> , (b) Sampel fungsi acak proses Gauss <i>posterior</i> .....	18
<b>Gambar 5</b>	Fungsi estimasi proses Gauss beserta ukuran ketidakpastiannya.....	20
<b>Gambar 6</b>	(a) Objek utama (b) Hasil klasifikasi bagian objek utama kedalam empat kelas (E.K.H. Ng, 2010) .....	21
<b>Gambar 7</b>	Dinamika perkembangan ulat api dan ulat kantong (H. Hendarjanti, 2023).....	21
<b>Gambar 8</b>	Lingkaran permasalahan asuransi siber menurut Deloitte Center for Financial Services (Friedman dan Thomas, 2017). ....	24
<b>Gambar 9</b>	Pengembangan model SIS dengan struktur jaringan (a) Model SIS Homogen (SIS) (Van Mieghem dkk., 2009) (b) Model $\phi$ -SIS (Van Mieghem dan Cator, 2012) (c) Model SIS Heterogen Sempul (HMSIS) (Van Mieghem dan Omic, 2013) (d) Model SIS Heterogen Sisi (HS-SIS) (Ottaviano dkk., 2019) (e) Model $\phi$ -SIS Heterogen Sempul Diperumum (HMD-SIS) (f) Model $\phi$ -SIS Heterogen Sisi Diperumum (HSD-SIS).....	33
<b>Gambar 10</b>	Suatu analogi dari jaringan pembelian bersama produk pada analisis keranjang belanja untuk membangun jaringan komunikasi dengan model berbasis simpul. ....	39
<b>Gambar 11</b>	Pengaruh $c$ dan $n$ pada frekuensi komunikasi pada jaringan selama satu hari.....	40
<b>Gambar 12</b>	Model berbasis simpul.....	40
<b>Gambar 13</b>	Proses penentuan premi/tarif menggunakan Pendekatan Penambangan Graf (PPG).....	45

<b>Gambar 14</b>	Struktur topologi untuk jaringan pertama dan kedua.....	46
<b>Gambar 15</b>	Distribusi komunikasi untuk kontrak satu tahun mengikuti distribusi Poisson dengan $\lambda c = 400$ dan $\lambda n = 20$ dengan model berbasis simpul. ....	47
<b>Gambar 16</b>	Pendeteksian komunitas dari jaringan berbobot untuk perusahaan pertama dan kedua menggunakan algoritma Louvain.....	48
<b>Gambar 17</b>	Subgraf atau subjaringan dari perusahaan pertama dan kedua. ....	49
<b>Gambar 18</b>	Ambang batas komunikasi untuk setiap komunitas dari jaringan pertama dan kedua. ....	49
<b>Gambar 19</b>	b.a.p stasioner dari simpul berdasarkan filter dan kondisi laju infeksi pada jaringan pertama dan kedua dengan dua kasus untuk laju infeksi homogen dan heterogen, yaitu tanpa PPG (Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter 0%, 5%, 10%, 15% and 20%). ....	51
<b>Gambar 20</b>	Premi dari simpul berdasarkan filter dan kondisi laju infeksi pada jaringan pertama dan kedua dengan dua kasus untuk laju infeksi homogen dan heterogen yaitu tanpa PPG(Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter 0%, 5%, 10%, 15% and 20%) .....	52
<b>Gambar 21</b>	Perbandingan total premi homogen dan total premi heterogen pada jaringan pertama dan kedua untuk kasus tanpa PPG(Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter 0%, 5%, 10%, 15% and 20%). ....	54
<b>Gambar 22</b>	Perbandingan total premi homogen ( merah), premi heterogen (biru ) dan banyak simpul terlibat simulasi (hijau) pada jaringan pertama dan kedua PPG (Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter (0%, 5%, 10%, 15% and 20%))......	54



# 1 PENDAHULUAN

Masalah-masalah Invers adalah jenis masalah yang bertujuan untuk menentukan penyebab dari suatu efek yang telah diobservasi. Dalam banyak disiplin ilmu, hasil atau efek dari suatu proses sering kali dapat diukur secara langsung, sementara penyebab atau faktor-faktor yang mendasarinya tidak dapat diobservasi secara langsung. Dalam masalah-masalah invers, data yang diobservasi (hasil) digunakan untuk merekonstruksi atau memperkirakan parameter atau variabel yang menyebabkan hasil tersebut. Sebagai contoh, dalam geofisika, pengamatan gelombang seismik dilakukan untuk mengetahui struktur internal bumi, atau dalam pencitraan medis, hasil tomografi (CT scan) digunakan untuk memetakan distribusi jaringan dalam tubuh.

Masalah-masalah Invers sering kali bersifat *ill-posed*, yang berarti solusi mungkin tidak ada, tidak unik, atau sangat sensitif terhadap gangguan kecil dalam data. Tantangan utama dalam masalah-masalah invers adalah mengatasi sensitivitas ini dan menemukan solusi yang stabil serta bermakna. Metode regularisasi sering digunakan untuk mengatasi sifat *ill-posed* ini, namun hal ini sering kali tidak cukup, terutama ketika data pengamatan terpengaruh oleh ketidakpastian atau *noise*.

## 1.2 Masalah Invers Deterministik

Masalah invers deterministik adalah kategori masalah matematis di mana tujuan utamanya adalah untuk mengidentifikasi parameter atau variabel tersembunyi dalam suatu sistem dari data yang teramati. Dalam istilah sederhana, masalah ini melibatkan pembalikan proses yang telah dilakukan untuk menghasilkan data dari parameter yang tidak dapat diobservasi secara langsung.

Secara matematis, masalah invers dapat dinyatakan sebagai:

- Masalah Forward: Diberikan parameter  $\theta$ , kita dapat memprediksi data observasi  $y$  dengan menggunakan model matematika atau fisik. Ini adalah masalah forward atau masalah langsung.
- Masalah Invers: Diberikan data observasi  $y$ , tujuan kita adalah untuk memperkirakan parameter  $\theta$  yang menghasilkan data tersebut, menggunakan model yang sama. Ini adalah masalah invers.

Secara formal, masalah invers adalah menentukan solusi  $x$  dari model matematis yang dapat direpresentasikan sebagai:

$$y = A(x), \tag{1.1}$$

dengan  $A: X \rightarrow Y$  adalah suatu operator yang memetakan ruang Banach  $X$  ke ruang Banach  $Y$ . Masalah (1.1) dikatakan *well-posed* jika  $A$  adalah operator yang bijektif dan  $A^{-1}$  operator kontinu. Sehingga masalah (1.1) dikatakan *ill-posed* jika masalah tersebut tidak *well-posed*, atau bila masalah tersebut paling sedikit tidak memenuhi satu dari kriteria-kriteria Hadamard (A.G. Ramm, 2007) berikut:

1. Eksistensi solusi : apakah solusi eksak dari masalah ini ada?
2. Ketunggalan solusi: apakah solusi yang diperoleh adalah satu-satunya solusi yang mungkin?
3. Kestabilan solusi: apakah solusi sensitif terhadap perubahan kecil pada data?

Dalam (A.G. Ramm, 2005) diberikan beberapa masalah *ill-posed* yang sering muncul dalam aplikasi seperti Persamaan integral Fredholm tipe pertama, persamaan integral Voltera tipe pertama, Masalah dokonvolusi, Masalah Cauchy untuk persamaan Laplace, dan *backward heat equation*. Semua masalah-masalah ini dapat dimodelkan menjadi bentuk (1.1). Sehingga sangatlah penting untuk dapat membangun metode numerik yang stabil untuk menyelesaikan masalah *ill-posed*.

Dalam praktiknya operator  $A$  diketahui dan hanya data yang bergalat  $f_\delta$  yang tersedia, dengan batasan  $\|f - f_\delta\| < \delta$ , dengan  $f$  adalah data eksak dan  $\delta$  adalah tingkat galatnya. Metode numerik untuk menyelesaikan masalah *ill-posed* ini diharapkan memiliki sifat kestabilan, dalam arti semakin kecil tingkat galat yang dimiliki, semakin dekat  $f_\delta$  pada solusi eksaknya.

Contoh formal dari masalah invers klasik dapat ditemukan dalam konteks pemecahan persamaan diferensial atau dalam rekonstruksi citra medis. Misalnya, dalam rekonstruksi citra medis, kita memiliki data sinar-X yang dihasilkan oleh tubuh manusia. Tujuan kita adalah membalikkan proses ini untuk merekonstruksi citra internal tubuh dari data sinar-X.

Perbedaan antara Masalah Forward dan Masalah Invers:

- Masalah Forward: Fokus pada prediksi. Diberikan parameter sistem, kita menghitung *output* atau data yang dihasilkan. Contoh: Diberikan hukum

fisika yang menggambarkan aliran udara, kita dapat memprediksi kecepatan aliran udara di berbagai titik.

- Masalah Invers: Fokus pada estimasi parameter. Diberikan data yang teramati, kita harus memperkirakan parameter sistem yang mendasarinya. Contoh: Diberikan data pengukuran kecepatan aliran udara, kita harus memperkirakan parameter yang menggambarkan hukum fisika yang menyebabkan aliran tersebut.

Masalah invers sering kali lebih sulit daripada masalah forward karena data yang tersedia mungkin tidak lengkap atau mengandung *noise*, dan model yang digunakan dapat menjadi sangat kompleks.

Masalah invers sering kali dihadapkan pada tantangan seperti keterbatasan data, ketidakpastian pengukuran, dan keterbatasan model. Oleh karena itu, berbagai metode matematika dan statistik, termasuk metode numerik, teknik optimasi, dan pendekatan probabilistik seperti Bayesian, digunakan untuk menyelesaikannya.

### 1.3 Masalah invers Statistik

Masalah invers statistik adalah perluasan dari masalah invers deterministik yang mempertimbangkan ketidakpastian dalam data serta parameter yang ingin diestimasi. Jika pada masalah invers klasik kita berusaha menemukan parameter  $\theta$  dari observasi  $y$  dengan asumsi deterministik, dalam masalah invers statistik kita memperhitungkan adanya *noise* atau ketidakpastian dalam data  $y$ . Pendekatan ini menggunakan probabilitas untuk mengekspresikan ketidakpastian, sehingga estimasi parameter dilakukan dengan model yang memperhitungkan distribusi peluang dari hasil yang diperoleh.

Secara formal, masalah invers statistik melibatkan penggabungan antara observasi data, asumsi ketidakpastian atau *noise*, dan informasi a priori tentang parameter yang ingin diestimasi. Ini membuat pendekatan probabilistik menjadi penting dalam masalah invers statistik, dan konsep-konsep seperti distribusi prior, likelihood, dan distribusi posterior menjadi kunci dalam metode ini.

Pendekatan probabilistik memberikan cara untuk mengatasi *ill-posedness* dalam masalah invers klasik dengan memperlakukan parameter  $\theta$  sebagai

variabel acak. Dalam hal ini, kita tidak mencari satu solusi tunggal, melainkan solusi dalam bentuk distribusi probabilitas yang merepresentasikan ketidakpastian pada solusi tersebut.

**Ketidakpastian dalam Data:** Dalam dunia nyata, data yang diperoleh melalui pengukuran atau eksperimen sering kali mengandung *noise* atau ketidakakuratan. Alih-alih menyelesaikan  $y = f(\theta)$  secara langsung, masalah invers statistik memperkenalkan model probabilistik untuk data. Sebagai contoh, kita bisa menulis model observasi:

$$y = f(\theta) + \epsilon,$$

dengan  $\epsilon$  mewakili galat yang diasumsikan mengikuti distribusi probabilistik tertentu, misalnya distribusi normal dengan varians  $\sigma^2$ .

**Probabilitas dan Solusi yang Tidak Deterministik:** Dengan mengadopsi pendekatan probabilistik, solusi dari masalah invers statistik tidak lagi menjadi satu nilai  $\theta$ , melainkan distribusi probabilitas untuk parameter  $\theta$  yang mencerminkan ketidakpastian pada solusi. Model ini memungkinkan kita untuk menghitung kemungkinan berbagai nilai  $\theta$  berdasarkan data yang diamati  $y$ .

**Distribusi Prior dan Posterior:** Salah satu keunggulan pendekatan probabilistik adalah kemampuan untuk menggabungkan informasi *a priori* (dari pengetahuan sebelumnya) dengan data yang baru diperoleh untuk menghasilkan estimasi parameter yang lebih akurat. Pendekatan ini melibatkan prinsip-prinsip dari teori Bayesian.

Dalam masalah invers statistik, ada beberapa istilah kunci yang sangat penting untuk dipahami. Ini termasuk distribusi prior, likelihood, dan distribusi posterior. Ketiga konsep ini membentuk dasar pendekatan Bayesian untuk masalah invers statistik.

- **Distribusi prior  $p(\theta)$**  mencerminkan keyakinan atau pengetahuan awal tentang nilai parameter  $\theta$  sebelum kita mengamati data. Ini bisa berasal dari pengetahuan sebelumnya, literatur, atau hasil eksperimen terdahulu. Distribusi prior bisa berbentuk distribusi normal, eksponensial, atau bentuk lain, tergantung pada sifat parameter yang ingin kita estimasi. Misalnya, jika kita mengestimasi elastisitas permintaan, kita bisa menggunakan distribusi normal dengan nilai rata-rata yang mencerminkan estimasi awal elastisitas tersebut.

- Likelihood  $p(y | \theta)$  adalah fungsi yang menggambarkan seberapa besar kemungkinan data  $y$  diamati dengan parameter  $\theta$ . Dalam kata lain, likelihood menghubungkan data yang diobservasi dengan model yang digunakan, dan sering kali mengasumsikan bahwa noise pada data mengikuti distribusi tertentu, misalnya distribusi normal. Likelihood memberikan dasar bagi kita untuk menilai sejauh mana data yang kita amati cocok dengan model yang diusulkan.
- Distribusi posterior  $p(\theta | y)$  adalah hasil dari menggabungkan informasi dari distribusi prior dan likelihood menggunakan Teorema Bayes. Distribusi posterior memberikan estimasi terbaru tentang parameter  $\theta$  berdasarkan data yang diamati. Secara matematis, distribusi posterior dapat dihitung dengan:

$$p(\theta | y) = \frac{p(y|\theta)p(\theta)}{p(y)}, \quad (1.2)$$

dengan  $p(y)$  adalah normalisasi untuk memastikan bahwa total probabilitas tetap 1. Posterior ini merepresentasikan keyakinan kita yang diperbarui tentang parameter  $\theta$  setelah memperhitungkan data yang diamati.

Dalam konteks pengambilan keputusan, distribusi posterior sangat berguna karena memungkinkan kita untuk membuat keputusan berdasarkan probabilitas parameter yang diperoleh, bukan hanya satu estimasi deterministik.

Pendekatan probabilistik dalam masalah invers statistik sangat kuat dalam menangani ketidakpastian dan memungkinkan untuk memperhitungkan galat dalam data dengan lebih baik. Ini membuat metode ini sangat bermanfaat dalam bidang-bidang yang melibatkan pengukuran atau estimasi parameter dari data yang tidak sempurna, seperti dalam industri aktuarial, ekonomi, dan biomedis.

### 1.3.1 Pendekatan Bayesian dalam Masalah Invers

Pendekatan Bayesian dalam masalah invers merupakan metode yang efektif untuk memperhitungkan ketidakpastian yang melekat dalam data dan model sistem. Dengan menggunakan Teorema Bayes, pendekatan ini memungkinkan kita untuk menggabungkan informasi *a priori* dengan data

observasi untuk menghasilkan distribusi probabilitas posterior yang lebih akurat. Distribusi posterior ini kemudian digunakan untuk menyelesaikan masalah invers, memungkinkan keputusan yang lebih baik dalam menghadapi data yang *noise* atau tidak lengkap.

Teorema Bayes memberikan cara sistematis untuk memperbarui keyakinan atau estimasi kita tentang suatu parameter setelah melihat data baru. Dalam konteks masalah invers, prinsip ini digunakan untuk merekonstruksi parameter atau variabel yang tidak diketahui dari data observasi yang mengandung ketidakpastian. Secara matematis, Teorema Bayes dinyatakan sebagai bentuk Persamaan (1.2), dengan:  $p(\theta | y)$  adalah distribusi posterior dari parameter  $\theta$  setelah mengamati data  $y$ , yaitu penilaian baru kita tentang parameter setelah memperhitungkan informasi dari data.  $p(y | \theta)$  adalah likelihood, yang mencerminkan seberapa besar kemungkinan data  $y$  diamati jika kita mengetahui nilai parameter  $\theta$ . Likelihood memainkan peran penting dalam menjelaskan seberapa baik model cocok dengan data.  $p(\theta)$  adalah distribusi prior, yang mewakili keyakinan awal kita tentang nilai parameter  $\theta$  sebelum melihat data.  $p(y)$  adalah *evidence*, faktor normalisasi untuk memastikan bahwa total probabilitas dari semua kemungkinan nilai  $\theta$  tetap 1. *Evidence* dapat dihitung sebagai:  $p(y) = \int p(y | \theta)p(\theta)d\theta$ .

Prinsip Bayes memungkinkan kita untuk memperbarui keyakinan kita tentang suatu parameter berdasarkan data yang tersedia. Distribusi posterior yang diperoleh memberikan informasi yang lebih kaya dan akurat tentang parameter dibandingkan dengan hanya mengandalkan data atau *prior* saja.

Dalam pendekatan Bayesian, distribusi prior adalah salah satu elemen kunci. Distribusi prior mewakili informasi awal atau asumsi yang kita miliki tentang parameter sebelum melakukan pengamatan data. Ini bisa didasarkan pada pengetahuan sebelumnya, literatur ilmiah, atau bahkan hasil dari studi sebelumnya. Misalnya, dalam aplikasi aktuarial, distribusi prior dapat mencerminkan asumsi awal tentang besaran premi asuransi berdasarkan pengalaman masa lalu dalam menghadapi risiko tertentu. Distribusi prior sering kali dipilih berdasarkan pertimbangan praktis, dan bentuknya bisa bervariasi. Misalnya, distribusi prior yang umum digunakan adalah:

- Distribusi Normal: Digunakan ketika kita memiliki keyakinan awal bahwa parameter cenderung berpusat di sekitar nilai tertentu dengan variabilitas yang terbatas.

- Distribusi Eksponensial: Sering digunakan dalam situasi di mana parameter harus non-negatif, seperti waktu kegagalan dalam analisis reliabilitas.

Setelah data observasi diperoleh, informasi ini diintegrasikan dengan distribusi prior melalui likelihood untuk menghasilkan distribusi posterior. Distribusi posterior  $p(\theta | y)$  memberikan estimasi probabilistik dari parameter  $\theta$  setelah memperhitungkan data observasi. Distribusi ini memberikan pandangan yang diperbarui, yang lebih realistis karena menggabungkan informasi a priori dengan data aktual.

Proses Penggabungan Prior dan Likelihood: Prior  $p(\theta)$ : Distribusi yang merepresentasikan informasi awal kita tentang parameter sebelum data diamati. Likelihood  $p(y | \theta)$ : Fungsi yang menunjukkan kemungkinan data  $y$  jika kita mengetahui parameter  $\theta$ . Posterior  $p(\theta | y)$ : Distribusi yang diperoleh setelah memperbarui prior dengan informasi dari data melalui likelihood. Distribusi posterior memberikan ringkasan dari seluruh informasi yang kita miliki tentang parameter  $\theta$ , menggabungkan asumsi awal kita dan bukti empiris dari data.

Dengan pendekatan Bayesian, masalah invers yang biasanya sulit dipecahkan karena ketidakpastian atau noise dapat diatasi dengan lebih baik. Pendekatan ini memberikan kerangka kerja yang solid untuk memperhitungkan ketidakpastian dan mengintegrasikan informasi dari berbagai sumber, sehingga dapat membantu pengambilan keputusan yang lebih rasional dan akurat dalam berbagai aplikasi industri.





## 2 MASALAH-MASALAH INVERS STATISTIK DALAM INDUSTRI

Pendekatan Bayesian dalam masalah invers memiliki aplikasi yang luas di berbagai industri. Beberapa contoh aplikasinya di industri antara lain dalam penentuan premi asuransi, eksplorasi mineral, dan diagnosis medis. Berikut adalah beberapa studi kasus yang menggambarkan bagaimana pendekatan Bayesian digunakan untuk pengambilan keputusan.

Dalam dunia kedokteran, pendekatan Bayesian sering digunakan untuk diagnosis berbasis data klinis. Sebagai contoh, dalam diagnosis kanker, dokter dapat menggunakan informasi *a priori* tentang prevalensi kanker di populasi tertentu sebagai distribusi prior. Hasil tes diagnostik, seperti biopsi atau pencitraan medis, kemudian diintegrasikan dengan prior ini untuk menghasilkan distribusi posterior yang mencerminkan probabilitas pasien menderita kanker. Dengan cara ini, dokter dapat membuat keputusan yang lebih baik tentang rencana perawatan atau pengujian lanjutan berdasarkan analisis probabilistik yang komprehensif. Distribusi Prior: Probabilitas awal seseorang mengidap kanker berdasarkan faktor-faktor risiko seperti usia, riwayat keluarga, dan gejala. Likelihood: Hasil dari tes klinis seperti biopsi atau MRI. Distribusi Posterior: Probabilitas akhir diagnosis setelah memperhitungkan hasil tes.

### 2.1 Masalah Invers Statistik dalam Aktuaria

Dalam industri asuransi, khususnya asuransi siber dan gempa bumi, masalah invers statistik digunakan untuk memperkirakan risiko dan menentukan premi berdasarkan data terbatas yang dipengaruhi oleh ketidakpastian. Asuransi siber menghadapi tantangan dalam memperkirakan risiko serangan siber dengan data yang terus berubah dan sering kali penuh ketidakpastian, sementara asuransi gempa bumi memerlukan estimasi risiko berdasarkan data historis gempa dan model geofisika.

- Asuransi Siber: premi harus mencerminkan risiko yang terkait dengan ancaman siber yang terus berkembang. Dengan pendekatan Bayesian, perusahaan asuransi dapat memulai dengan distribusi prior berdasarkan data risiko sebelumnya. Ketika data baru muncul dari insiden siber terkini, distribusi prior ini diperbarui menjadi distribusi posterior,

sehingga premi yang dihitung menjadi lebih mencerminkan risiko saat ini. Dengan demikian, perusahaan asuransi dapat menyesuaikan premi mereka dengan cepat berdasarkan perubahan lanskap ancaman yang dinamis. Dalam kasus ini distribusi Prior diperoleh dari premi awal yang dihitung berdasarkan data risiko historis, likelihood dibentuk dari data terbaru tentang serangan siber dan dampaknya pada berbagai perusahaan, dan distribusi posterior dari premi yang disesuaikan berdasarkan data terbaru, mencerminkan kondisi risiko terkini (Eling, M., & Schnell, W., 2016)

- Asuransi Gempa Bumi: Dalam asuransi gempa bumi, masalah invers digunakan untuk memperkirakan distribusi kerugian dari gempa berdasarkan data seismik dan geofisika. Pendekatan Bayesian memungkinkan penentuan premi yang mencerminkan risiko gempa dengan memperhitungkan ketidakpastian dalam model gempa (J.Pai, dkk., 2022) Perkembangan hingga 2024: Dengan penggabungan data geofisika yang lebih kaya dan metode deep learning, model gempa bumi yang lebih canggih kini digunakan untuk memperkirakan kerugian yang lebih akurat, termasuk skenario gempa yang jarang terjadi namun berisiko tinggi.

## 2.2 Masalah Invers Statistik dalam Keuangan dan Ekonomi

Masalah invers statistik di bidang keuangan digunakan untuk memperkirakan parameter ekonomi dari data keuangan yang terbatas atau bising. Ini mencakup estimasi volatilitas pasar, risiko kredit, dan harga aset yang tidak dapat diobservasi langsung. Pendekatan Bayesian, dalam hal ini, memberikan estimasi probabilistik yang penting untuk mengelola risiko keuangan di lingkungan yang penuh ketidakpastian.

- Keuangan: Dalam model *pricing* opsi, seperti model Black-Scholes, masalah invers digunakan untuk memperkirakan volatilitas dari harga opsi. Ini sangat penting dalam menentukan harga instrumen derivatif dan mengelola risiko portofolio. Perkembangan hingga saat ini: Dengan meningkatnya kompleksitas pasar dan data keuangan, metode Deep Gaussian processes (Damianou, 2015), (Damianou & Lawrence, 2013) dan teknik regularisasi yang canggih telah diterapkan untuk memodelkan volatilitas yang lebih dinamis dan mengatasi masalah overfitting dalam estimasi parameter.

- **Ekonomi:** Masalah invers statistik digunakan dalam memodelkan permintaan pasar dan penawaran, serta memperkirakan parameter makroekonomi yang sulit diukur secara langsung. Dengan pendekatan Bayesian, data observasi dapat digabungkan dengan asumsi model untuk memberikan estimasi yang lebih akurat. Perkembangan hingga 2024: Machine learning telah digunakan untuk mengatasi data ekonomi yang besar dan bising, dengan algoritma seperti variational inference dan Hamiltonian Monte Carlo yang digunakan untuk menangani model ekonomi skala besar (Canova, F., 2007)

## 2.3 Masalah Invers Statistik dalam Kedokteran dan Biologi

Masalah invers statistik sangat penting dalam bidang kedokteran dan biologi, terutama untuk analisis gambar medis, pemodelan penyebaran penyakit, dan pemahaman proses biologis yang kompleks. Teknik Bayesian digunakan untuk memperhitungkan ketidakpastian dalam data medis yang sering kali penuh noise dan tidak lengkap.

- **Kedokteran:** Dalam dunia kedokteran, pendekatan Bayesian sering digunakan untuk diagnosis berbasis data klinis. Sebagai contoh, dalam diagnosis kanker, dokter dapat menggunakan informasi *a priori* tentang prevalensi kanker di populasi tertentu sebagai distribusi prior. Hasil tes diagnostik, seperti biopsi atau pencitraan medis, kemudian diintegrasikan dengan prior ini untuk menghasilkan distribusi posterior yang mencerminkan probabilitas pasien menderita kanker (G.Luo, 2020) Dengan cara ini, dokter dapat membuat keputusan yang lebih baik tentang rencana perawatan atau pengujian lanjutan berdasarkan analisis probabilistik yang komprehensif. **Distribusi Prior:** Probabilitas awal seseorang mengidap kanker berdasarkan faktor-faktor risiko seperti usia, riwayat keluarga, dan gejala. **Likelihood:** Hasil dari tes klinis seperti biopsi atau MRI. **Distribusi Posterior:** Probabilitas akhir diagnosis setelah memperhitungkan hasil tes.
- **Biologi:** Dalam biologi sistemik, masalah invers digunakan untuk memodelkan jalur metabolik dan regulasi gen. Dengan data yang sering kali bergalat dan tidak lengkap, pendekatan Bayesian memungkinkan pemodelan proses biologis dengan estimasi parameter yang lebih tepat. Perkembangan hingga 2024: Teknik machine learning telah membantu

memodelkan sistem biologi yang kompleks dengan data besar, dan pendekatan Bayesian terus digunakan untuk mengatasi ketidakpastian dalam proses biologis (Wilkinson, D. J., 2006).

## 2.4 Masalah Invers Statistik dalam Pertambangan

Di industri pertambangan, masalah invers statistik digunakan untuk memodelkan struktur bawah permukaan bumi berdasarkan data geofisika. Estimasi parameter bawah tanah seperti distribusi mineral atau reservoir minyak sangat penting untuk pengambilan keputusan operasional yang tepat.

Pendekatan Bayesian dalam industri ini digunakan untuk memperkirakan lokasi deposit mineral yang berharga. Informasi *a priori* tentang kondisi geologis dan data dari eksplorasi sebelumnya digunakan untuk membentuk distribusi prior. Data baru yang diperoleh dari pengeboran, pengujian geofisika, atau analisis kimia kemudian diperhitungkan menggunakan likelihood, menghasilkan distribusi posterior yang memberikan perkiraan yang lebih baik tentang lokasi dan kuantitas deposit mineral. Ini membantu perusahaan pertambangan dalam mengurangi risiko dan biaya eksplorasi dengan memfokuskan upaya mereka pada area yang lebih prospektif. Disini distribusi Prior dibangun dari Informasi awal tentang geologi daerah yang dieksplorasi, likelihood dibentuk dari data baru dari pengeboran dan pengujian geofisika, dan distribusi posterior merupakan perkiraan terbaru tentang kemungkinan keberadaan mineral berdasarkan data terbaru.

## 3 PENELITIAN DALAM MASALAH INVERS DAN APLIKASINYA

### 3.1 Penelitian Masalah Invers Deterministik

Sudah banyak penelitian yang telah dikembangkan untuk menyelesaikan masalah-masalah ill-posed. Dalam (S.W. Indratno, 2009a) membahas masalah *ill-posed* berbentuk persamaan linear

$$\mathbf{A}u = f, \quad (3.1)$$

dengan  $\mathbf{A}: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Di sini diasumsikan Persamaan (3.1) memiliki solusi, kemungkinan tidak tunggal. Sistem persamaan ill-posed ini terbentuk ketika kita melakukan diskritisasi persamaan integral Fredholm tipe pertama:

$$\int_a^b k(x,s)u(s)ds = f(x), \quad c \leq x \leq d, \quad (3.2)$$

dengan  $k(x,s)$  adalah fungsi kernel yang mulus. Tujuan dari penelitian ini adalah bagaimana kita dapat merekonstruksi  $u$  diberikan data observasi  $f$ . Tentunya dalam aplikasi kita hanya memiliki berhingga data observasi namakan  $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ . Dengan diskritisasi persamaan integral (3.2), diperoleh bentuk sistem persamaan linear:

$$\sum_{j=1}^m w_j k(x_i, s_j) u(s_j) = f(x_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.3)$$

Sistem Persamaan (3.3) dapat dituliskan dalam bentuk Persamaan (3.1) dengan  $\mathbf{A}_{i,j} = w_j k(x_i, s_j), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m$ , dan  $u_j = u(s_j), j = 1, 2, \dots, m$ . Dalam praktiknya kita dapat menggunakan ukuran  $\kappa(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \|\mathbf{A}^{-1}\|$  untuk mengatakan apakah masalah ini *ill-posed*. Jika  $\kappa \gg 1$ , maka kita katakan matriks  $\mathbf{A}$  adalah matriks dengan kondisi sakit (*ill-conditioned*) dan  $\mathbf{A}u = f$  adalah masalah *ill-posed*. Untuk mendapatkan solusi  $u$  yang stabil (S.W. Indratno 2009a dan 2009b ) menggunakan pendekatan Sistem dinamik versi:

$$\dot{\mathbf{u}}_\alpha(t) = -\mathbf{u}_\alpha(t) + [\mathbf{A}^* \mathbf{A} + a(t)\mathbf{I}]^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{f}, \quad \mathbf{u}_\alpha(0) = \mathbf{u}_0, \quad (3.4)$$

dengan  $\dot{\mathbf{u}}(t) = \frac{d}{dt} \mathbf{u}(t)$ ,  $a(t) > 0$  dan  $a(t) \downarrow 0$  seiring  $t \rightarrow \infty$ ,  $\mathbf{A}^*$  adalah matriks *adjoint*,  $\mathbf{f}$  adalah data tak bergalat, dan  $\mathbf{I}$  adalah matriks identitas. Di sini  $a(t)$  adalah fungsi regularisasi yang berperan menstabilkan solusi Persamaan

(3.4). Dapat ditunjukkan bahwa dengan menggunakan  $u_a(0) = 0$  sistem dinamik (3.4) memiliki solusi tunggal dengan bentuk

$$u(t) = \int_0^t e^{-(t-s)} \mathbf{T}_{a(s)}^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{f} ds,$$

dan  $Au(t) \rightarrow f$  untuk  $t \rightarrow \infty$ , dengan  $\mathbf{T} := \mathbf{A}^* \mathbf{A}$ , dan  $\mathbf{T}_a = \mathbf{T} + a\mathbf{I}$ .

Untuk data bergalat, kita gantikan data tak bergalat  $\mathbf{f}$  dengan data bergalat  $\mathbf{f}_\delta$  pada Persamaan (3.4) dan solusi

$$u^\delta(t_\delta) = \int_0^{t_\delta} e^{-(t_\delta-s)} \mathbf{T}_{a(s)}^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{f}_\delta ds, \quad (3.5)$$

dengan  $t_\delta$  adalah waktu yang ditentukan melalui kriteria *discrepancy principle*. (S.W. Indratno, 2009a) membangun model iteratif untuk menentukan solusi masalah ill-posed (3.1) berdasarkan (3.5) sebagai berikut:

$$u_{n+1}^\delta = qu_n^\delta + (1-q)T_{\alpha_0 q}^{-1} A^* f_\delta, \quad u_0^\delta = 0$$

dengan  $q \in (0,1)$ , dan  $n_\delta$  waktu penghentian yang memenuhi *discrepancy principle*:

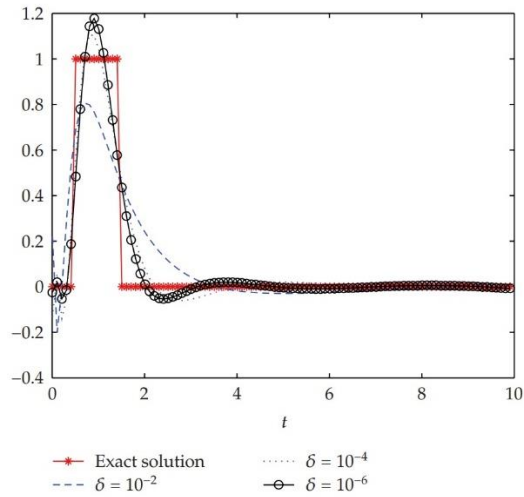
$$\begin{aligned} \sum_{j=0}^{n_\delta-1} (q^{n_\delta-j-1} - q^{n-j}) \alpha_0 q^{j+1} \left\| \mathbf{Q}_{\alpha_0 q^{j+1}}^{-1} \mathbf{f}_\delta \right\| &\leq C \delta^\epsilon \\ &< \sum_{j=0}^{n-1} (q^{n-j-1} - q^{n-j}) \alpha_0 q^{j+1} \left\| \mathbf{Q}_{\alpha_0 q^{j+1}}^{-1} \mathbf{f}_\delta \right\|, \quad 1 \leq n < n_\delta, \end{aligned}$$

dengan  $\mathbf{Q} := \mathbf{A}\mathbf{A}^*$  dan  $\mathbf{Q}_a = \mathbf{A} + a\mathbf{I}$ .

Dalam (S.W. Indratno 2009b) pendekatan skema iterative lain berdasarkan aturan Simpson komposit diimplementasikan pada masalah-masalah *ill-posed* berikut:  $A(f) := \int_0^b e^{-pt} f(t) dt = F(p)$  dengan

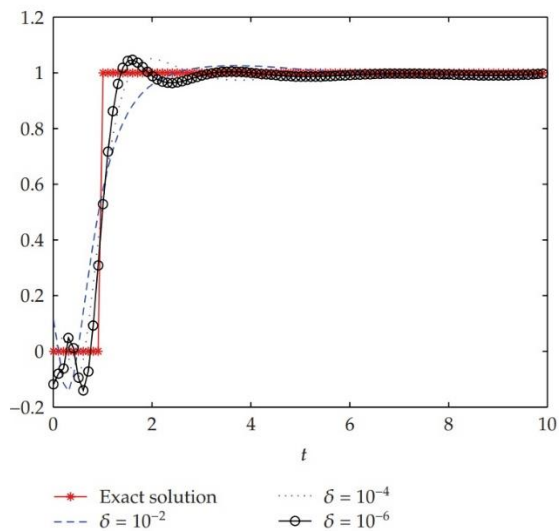
$$1. \quad F_1(p) = \begin{cases} 1, & p = 0 \\ \frac{e^{-\frac{p}{2}} - e^{-\frac{3p}{2}}}{p}, & p > 0 \end{cases} \quad \text{dengan solusi eksak } f_1(t) = \begin{cases} 1, & \frac{1}{2} \leq t \leq \frac{3}{2} \\ 0, & t \text{ lainnya} \end{cases}.$$

Gambar 1 berikut memberikan ilustrasi aproksimasi fungsi eksak  $f(t)$  dengan menggunakan solusi iteratif yang dibangun pada (S.W. Indratno 2009b)



**Gambar 1** Rekonstruksi  $f_1$  untuk beberapa tingkat galat (S.W. Indratno 2009b)

$$2. F_2(p) = \begin{cases} 9, & p = 0 \\ \frac{(e^{-p} - e^{-10p})}{p}, & p > 0 \end{cases} \text{ dengan solusi eksak } f_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & t = 1, \\ 1, & 1 < t < 10, \\ 0, & t \text{ lainnya} \end{cases}$$



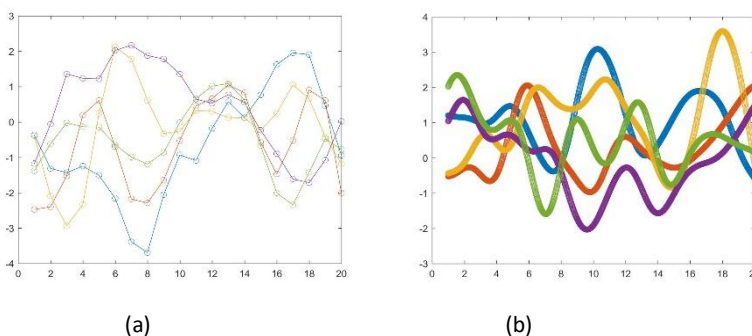
**Gambar 2** Rekonstruksi  $f_2$  untuk beberapa tingkat galat (S.W. Indratno 2009b)

Dari kedua hasil rekonstruksi di atas terlihat bahwa semakin kecil tingkat galatnya, semakin dekat solusi aproksimasi ke solusi eksaknya.

### 3.2 Penelitian Masalah Invers Statistik

Perkembangan teknologi komputasi yang semakin pesat menyebabkan berkembangnya juga Masalah Invers Statistik. Pendekatan Bayesian yang saat ini sedang berkembang adalah proses Gauss (*Gaussian process*), (Rasmussen, 2006).

Proses Gauss adalah kumpulan fungsi-fungsi acak  $f(x)$  dengan fungsi rerata  $m(x)$  dan fungsi kovariansi  $k(x, x')$  yang memenuhi sifat untuk setiap hingga lokasi  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , vektor acak  $(f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n))^T$  akan berdistribusi normal multivariat dengan vektor rerata  $(m(x_1), m(x_2), \dots, m(x_n))^T$  dan matriks kovariansi  $\mathbf{K}_{i,j} = k(x_i, x_j)$ . Dengan kata lain proses Gauss adalah distribusi atas fungsi. Sehingga dapat dikatakan proses Gauss adalah perluasan dari Normal multivariat yang merupakan distribusi atas vektor. Kita notasikan  $f \sim GP(m, k)$  untuk fungsi yang berdistribusi proses Gauss dengan fungsi rerata  $m(x)$  dan fungsi kovariansi  $k(x, x')$ . Fungsi kovariansi ini mengatur korelasi antara nilai-nilai fungsi pada titik yang berbeda.



**Gambar 3** (a) Sampel vektor acak Normal multivariat, (b) Sampel fungsi acak proses Gauss.

Gambar 3 mengilustrasikan perbedaan antara sampel acak yang dihasilkan oleh Normal multivariat dan proses Gauss. Pada Normal multivariat sampel acaknya berupa kumpulan vektor yang berdimensi hingga, sedangkan pada proses Gauss berupa fungsi yang berdimensi tak hingga.

Masalah invers muncul saat kita tidak mengetahui fungsi  $f(x)$  dan harus memperkirakan atau menyimpulkan fungsi ini dari data yang diamati. Pada



proses Gauss, kita memiliki data pengamatan berupa pasangan  $(x_i, y_i)$ , dan kita ingin memperkirakan fungsi  $f(x)$  yang mendasarinya.

Masalah invers dalam GP berusaha menemukan distribusi posterior dari fungsi  $f(x)$  berdasarkan data observasi  $\mathbf{y}$ , yaitu bagaimana kita memperbarui keyakinan kita tentang fungsi  $f(x)$  setelah melihat data.

Dengan proses Gauss, kita tidak memperkirakan satu nilai fungsi  $f(x)$ , tetapi menduga distribusi kemungkinan fungsi yang sesuai dengan data yang ada. Karena proses Gauss memodelkan fungsi sebagai distribusi probabilitas Gaussian di seluruh ruang *input*, kita dapat menghitung distribusi posterior untuk fungsi  $f(x)$  yang sesuai dengan data yang diamati.

Penggunaan proses Gauss dalam masalah invers statistik melibatkan inferensi Bayesian, yang menggabungkan *prior* (keyakinan awal tentang fungsi) dengan likelihood (data observasi) untuk memperoleh *posterior* (perkiraan distribusi fungsi setelah melihat data). Proses ini memungkinkan kita untuk menyimpulkan fungsi  $f(x)$  beserta ketidakpastiannya. Dalam (S.S. Sholihat dan S.W.Indratno, 2021) diaplikasikan pendekatan Bayes untuk mendeteksi perubahan perilaku sinyal seismik untuk membantu peringatan dini gunung meletus. Sedangkan penggunaan pendekatan Bayes dalam transportasi khususnya masalah pengiriman barang dapat dilihat pada (M.R. Yudhanegara dan S.W. Indratno, 2021; 2022)

Dalam model regresi kita memodelkan data observasi  $y_1, y_2, \dots, y_n$  pada lokasi  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dengan hubungan

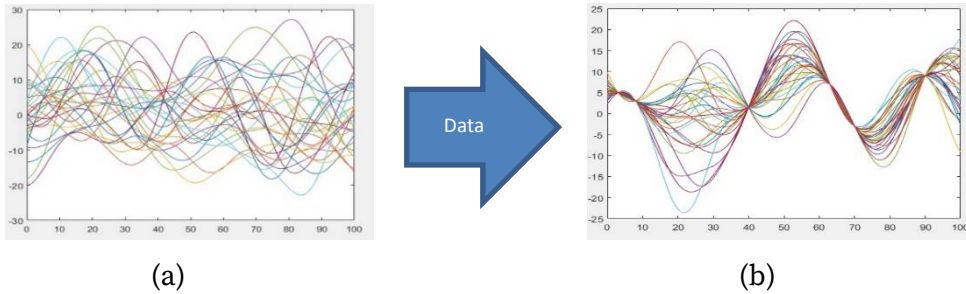
$$y_i = f(x_i) + \epsilon_i, \tag{3.6}$$

dengan  $f \sim GP(m, k)$  dan  $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\epsilon^2)$ . Di sini  $\epsilon_i$  merepresentasikan galat yang berdistribusi normal dengan rerata 0 dan variansi  $\sigma_\epsilon^2$ . Menarik untuk diperhatikan dalam (3.6) kita tidak menuliskan bentuk dari  $f$  secara eksplisit, tetapi kita hanya mengkondisikan  $f$  berasal dari distribusi proses Gauss dengan fungsi rerata  $m(x)$  dan fungsi kovariansi  $k(x, x')$ . Sehingga pendekatan proses Gauss ini dapat digambarkan sebagai pencarian fungsi di  $GP(m, k)$  yang paling dekat dengan data observasi  $\mathbf{y}$ .

Dengan model (3.6) dapat ditunjukkan (Rasmussen, 2006) fungsi kepadatan peluang *posterior*

$$p(\mathbf{f}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{f})p(\mathbf{f})}{p(\mathbf{y})}, \tag{3.7}$$

dengan  $p(\mathbf{f})$  adalah fungsi kepadatan peluang *prior*. Gambar 4 mengilustrasikan bagaimana data observasi dapat merubah perilaku fungsi acak.



**Gambar 4** (a) Sampel fungsi acak proses Gauss *prior*, (b) Sampel fungsi acak proses Gauss *posterior*.

Dengan menggunakan fungsi kepadatan *posterior* (3.7) diperoleh fungsi kepadatan peluang di lokasi baru  $x_*$  (*predictive distribution*) sebagai berikut:

$$p(f^*|\mathbf{y}, x_*) = \int p(f^*|\mathbf{f}, \mathbf{y})p(\mathbf{f}|\mathbf{y})d\mathbf{f}$$

yang merupakan fungsi kepadatan peluang distribusi normal dengan rerata

$$\mu_* = m(x_*) + \mathbf{K}_{x_*,\mathbf{x}}\mathbf{K}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}^{-1}(\mathbf{y} - \mathbf{m}(\mathbf{x})), \tag{3.8}$$

dan variansi

$$\sigma_*^2 = k(x_*, x_*) - \mathbf{K}_{x_*,\mathbf{x}}\mathbf{K}_{\mathbf{x},\mathbf{x}}^{-1}\mathbf{K}_{\mathbf{x},x_*}, \tag{3.9}$$

dengan  $\mathbf{K}_{x_*,\mathbf{x}} = [k(x_*, x_1) k(x_*, x_2) \dots k(x_*, x_n)]$  dan  $(\mathbf{K}_{\mathbf{x},\mathbf{x}})_{i,j} = k(x_i, x_j), i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n$ .

Untuk menggunakan pendekatan proses Gauss ini, terlebih dahulu kita harus mengestimasi parameter-parameter terkait, yaitu parameter yang digunakan dalam fungsi kovariansi. Sebagai contoh dalam banyak penerapan proses Gauss (Rasmussen, 2004; Raissi, 2019) menggunakan fungsi kernel eksponensial kuadrat:

$$k(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j|\boldsymbol{\theta}) = \delta \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}{l^2}\right), \tag{3.10}$$

dengan  $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^d$ ,  $\boldsymbol{\theta} = (\delta, l)^\top$ ,  $\delta > 0, l > 0$ . Parameter  $\boldsymbol{\theta}$  ini diestimasi dengan memaksimumkan fungsi marginal

$$p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}|\mathbf{K}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^\top \mathbf{K}^{-1}\mathbf{y}\right\}, \quad (3.11)$$

atau dalam versi log nya:

$$\log(p(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})) = -\frac{1}{2}\mathbf{y}^\top \mathbf{K}^{-1}\mathbf{y} - \frac{1}{2}\log(|\mathbf{K}|) - \frac{n}{2}\log(2\pi), \quad (3.12)$$

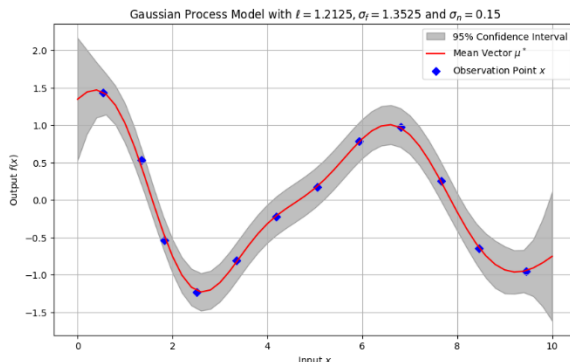
dengan  $\mathbf{K}_{i,j} = k(x_i, x_j|\boldsymbol{\theta})$  seperti pada (3.10).

Keterbatasan dari proses Gauss ini adalah untuk data berukuran  $n$  memiliki kompleksitas  $O(n^3)$  dalam melakukan inferensinya (J. Hensmann, 2011). Sehingga inferensi dengan menggunakan (3.11) atau (3.12) perlu dihindari bila  $n \geq 10.000$ . Untuk mengatasi masalah ini telah banyak dikembangkan metode aproksimasi matriks  $\mathbf{K}^{-1}$ , seperti pada (L. Csato, 2002), (J. Quinero, 2005), (E.L. Snelson, 2006), (E.L. Snelson, 2008), (M.K. Titsias, 2009), dan (J. Hensmann, 2011). Terdapat dua pendekatan yang digunakan yaitu *sparse approximation* dan *variational distribution*.

Terlihat proses Gauss untuk masalah regresi ini memiliki formula sederhana dalam menentukan estimasi nilai dari  $f$  pada lokasi baru  $x_*$  yaitu dengan menggunakan rerata (3.8). Selain estimasi titik, pendekatan proses Gauss juga memberikan rentang kepercayaan dari estimasi titik tersebut. Dengan menggunakan variansi (3.9), dapat dibentuk rentang kepercayaan 95% dari estimasi titik ini yaitu  $[\mu_* - 1,64 \sigma_*, \mu + 1,64 \sigma_*]$ . Sebagai contoh dalam Gambar 5 proses Gauss mampu memberikan rentang kepercayaan 95% untuk setiap lokasi. Hal ini merupakan keunggulan dari pendekatan masalah invers statistik dibanding dengan masalah invers deterministik.

Pendekatan proses Gauss mengasumsikan data pada setiap lokasi berdistribusi normal. Tentunya asumsi kenormalan ini membatasi kita dalam memodelkan perilaku data yang memiliki fluktuasi yang lebih tinggi dibandingkan dengan data dari distribusi normal. Sebagai contoh dalam memodelkan imbal hasil dari saham yang kemungkinan memiliki jangkauan nilai yang lebih besar akan lebih baik dimodelkan dengan distribusi selain normal, misalkan distribusi t. Untuk mengatasi masalah ini (Jaimungal, S.,2009) dan (E.K.H. Ng, 2010) memperkenalkan pendekatan *Kernel Based*

Copula Processes (KCP) yang memungkinkan kita bekerja dengan data yang berdistribusi selain normal.



Gambar 5 Fungsi estimasi proses Gauss beserta ukuran ketidakpastiannya.

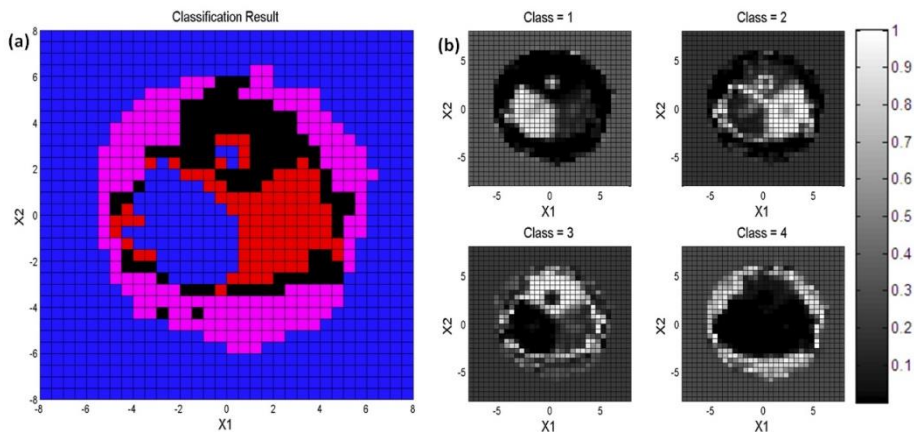
Pendekatan KCP ini dapat dikatakan sebagai perumuman proses Gauss. Untuk pendekatan KCP dengan copula Gauss, fungsi  $f$  dikatakan berdistribusi Gaussian Copula processes dengan fungsi rerata 0 dan fungsi kovariansi  $k(x, x')$ , dinotasikan dengan  $f \sim GCP(0, k)$ , jika setiap hingga lokasi, vektor acak  $(G_1(f(x_1)), G_2(f(x_2)), \dots, G_n(f(x_n)))^T$  berdistribusi normal multivariat yang memiliki vektor rerata 0 dan matriks kovariansi  $K$ , dengan  $G_i$  adalah fungsi distribusi kumulatif dari peubah acak  $f(x_i)$ , dan  $K_{i,j} = k(x_i, x_j)$ .

Parameter dalam KCP diestimasi dengan memaksimumkan fungsi

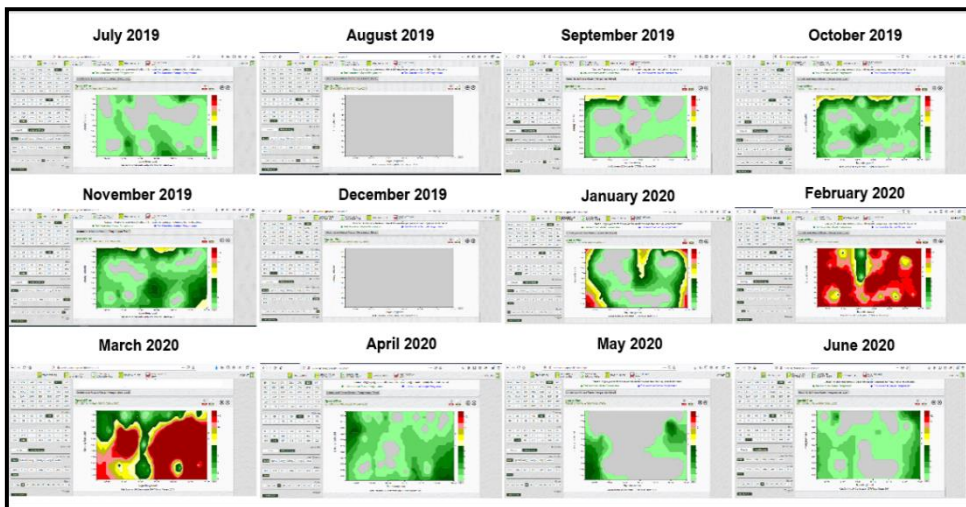
$$\log(p(y|\theta)) = -\frac{1}{2}\log(|K|) - \frac{1}{2}\mathbf{z}^T \mathbf{K}^{-1}\mathbf{z} + \frac{1}{2}\mathbf{z}^T \mathbf{z} + \sum_{i=1}^n \log(p(y_i)), \quad (3.13)$$

Seperti halnya proses Gauss, KCP memiliki keterbatasan yang sama. Untuk mengestimasi parameternya melalui (3.13) diperlukan kompleksitas  $O(n^3)$ . Sehingga diperlukan pendekatan seperti pada proses Gauss untuk mengatasi masalah ini.

Dalam (N.K.H. Ng, 2010) diberikan penerapan untuk mengklasifikasi objek-objek dalam suatu citra seperti yang terlihat dalam Gambar 6. Terlihat KCP dapat mengklasifikasikannya dengan baik. Hasil ini dapat membantu tim medis dalam melakukan tindakan pengobatan atau operasi.



**Gambar 6** (a) Objek utama (b) Hasil klasifikasi bagian objek utama kedalam empat kelas (E.K.H. Ng, 2010)



**Gambar 7** Dinamika perkembangan ulat api dan ulat kantong (H. Hendarjanti, 2023)

Penelitian untuk industri sawit: Di tahun 2016 dilakukan riset kolaborasi antara KK Statistika ITB dan PT Astra Agro Lestari (AAL) untuk membangun sistem peringatan dini serangan hama perkebunan sawit. Di sini diterapkan pendekatan KCP untuk merekonstruksi distribusi sebaran hama ulat api berdasarkan data observasi banyaknya hama ulat api dan ulat kantong yang dikumpulkan pada beberapa lokasi di suatu perkebunan sawit. Peta penyebaran hama ulat api dan ulat kantong secara spasial dari waktu ke waktu dapat dilihat dalam Gambar 7. Hasil pemetaan ini digunakan oleh PT AAL untuk melakukan perencanaan penanggulangan hama sedini mungkin,

sehingga dapat mengurangi kerugian yang dapat dihasilkan dari serangan hama ulat api dan ulat kantung ini.

Penggunaan Copula Gaussian Process diberikan pada (S. Winarni dan S.W. Indratno, 2021) dan (S. Winarni dan S.W. Indratno, 2024). Dalam penelitian ini klasifikasi tulisan tangan dianalisa dengan merepresentasikan citra tulisan sebagai distribusi dari distribusi nilai piksel. Representasi data citra menjadi bentuk distribusi dari distribusi kumulatif nilai citra dapat mereduksi kapasitas penyimpanan data citra.

Penelitian untuk industri asuransi: Dalam penelitian yang dilakukan oleh Y. Antonio dan S.W. Indratno (2021), dikembangkan sebuah model untuk asuransi siber yang fokus pada penentuan premi berdasarkan risiko jaringan komunikasi. Perekonstruksian jaringan dilakukan dengan mengandalkan frekuensi komunikasi yang teramati di lapangan. Tujuan utama dari penelitian ini adalah mengelompokkan pengguna jaringan komunikasi berdasarkan perilaku komunikasi mereka, sehingga dapat lebih mudah dalam menilai risiko siber dan menetapkan premi asuransi yang sesuai bagi masing-masing kelompok.

Penelitian ini dilatarbelakangi oleh laporan World Economic Forum (2020) yang menempatkan serangan siber sebagai salah satu dari sepuluh risiko global terbesar pada tahun 2020. Di Indonesia, risiko ini semakin nyata dengan laporan dari Badan Siber dan Sandi Negara yang mencatat adanya 88.414.296 serangan siber sejak 1 Januari hingga 12 April 2020. Angka ini menunjukkan peningkatan hampir enam kali lipat dibandingkan periode yang sama pada tahun sebelumnya, terutama dipicu oleh pandemi COVID-19 yang mempercepat digitalisasi dan ketergantungan pada teknologi.

Salah satu contoh nyata dari dampak serangan siber di Indonesia adalah kasus Tokopedia, di mana pada tahun 2020 terjadi pencurian data terhadap 91 juta pelanggan mereka. Perusahaan tersebut menghadapi tuntutan sebesar 100 miliar Rupiah akibat kegagalan melindungi privasi dan kerahasiaan data pribadi para pengguna. Insiden ini menegaskan urgensi perlindungan siber yang memadai.

Ke depan, risiko serangan siber diperkirakan akan meningkat seiring dengan transformasi digital yang semakin meluas. Pandemi COVID-19 telah mempercepat adopsi teknologi, termasuk penggunaan komputasi awan,

kontrol jarak jauh terhadap karyawan, serta digitalisasi proses bisnis. Faktor-faktor ini meningkatkan kerentanan perusahaan terhadap serangan siber. Oleh karena itu, peran asuransi siber menjadi semakin kritis dalam memberikan perlindungan finansial terhadap ancaman ini. Penelitian Antonio dan Indratno (2021) berperan penting dalam menawarkan pendekatan berbasis data untuk membantu perusahaan asuransi menilai risiko dan menetapkan premi yang lebih adil dan akurat, sehingga dapat memitigasi dampak finansial dari serangan siber yang semakin kompleks.

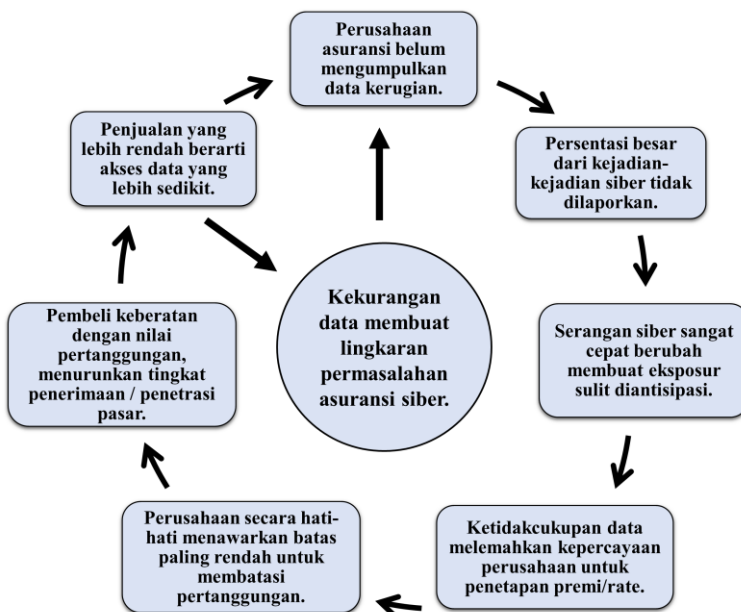
Asuransi siber merupakan salah satu mekanisme manajemen risiko yang penting dalam menghadapi ancaman siber yang semakin kompleks. Dengan mengalihkan risiko finansial terkait kerugian akibat serangan siber dan penyalahgunaan jaringan komputer kepada perusahaan asuransi, entitas yang menggunakan asuransi siber dapat melindungi diri dari kerugian besar dengan membayar premi (Carfora, dkk., 2018; Rass, dkk., 2020). Dalam konteks ini, perusahaan asuransi bertindak sebagai peredam dampak finansial, sementara pemegang polis dapat fokus pada pencegahan dan mitigasi risiko.

Tren kerugian finansial yang ditimbulkan oleh serangan siber terus meningkat dengan cepat. Berdasarkan data, potensi kerugian global diperkirakan berkisar antara 1,1 hingga lebih dari 30 persen dari Produk Domestik Bruto (PDB) dunia (Dreyer, dkk., 2018), menunjukkan bahwa ancaman ini memiliki dampak ekonomi yang signifikan. Pada tahun 2021, biaya tahunan akibat kejahatan siber diperkirakan mencapai enam triliun Dolar Amerika Serikat, dua kali lipat dari angka yang tercatat pada tahun 2015 (Morgan, 2019). Angka ini mempertegas urgensi untuk menemukan solusi yang efektif guna mengelola risiko siber di berbagai sektor industri.

Asuransi siber telah terbukti secara empiris menjadi instrumen yang memadai untuk mengelola risiko siber. Sebuah studi oleh Biener, dkk. (2015) mengungkapkan bahwa asuransi siber dapat menjadi solusi yang efektif untuk melindungi perusahaan dari kerugian finansial akibat serangan siber, dengan memastikan adanya cadangan dana yang dapat digunakan untuk menutupi biaya kerusakan, kehilangan data, hingga pemulihan sistem. Selain itu, asuransi siber juga memberikan kepastian bagi perusahaan dalam mengatasi tantangan hukum dan kepatuhan terkait insiden siber.

Ketertarikan terhadap asuransi siber terus meningkat, didorong oleh berbagai faktor. Pertama, adanya panduan komprehensif mengenai asuransi siber membantu perusahaan memahami bagaimana polis ini dapat berperan dalam strategi manajemen risiko mereka. Kedua, prediksi peningkatan premi asuransi siber yang didorong oleh tingginya permintaan memperlihatkan bahwa perusahaan semakin menyadari pentingnya perlindungan terhadap risiko siber. Ketiga, dukungan pemerintah dalam bentuk regulasi dan kebijakan yang mendukung manajemen risiko siber turut berperan dalam meningkatkan adopsi asuransi siber. Penelitian-penelitian yang terus berkembang terkait model asuransi siber dan potensi kerugian akibat serangan siber juga mendorong perusahaan untuk mempertimbangkan asuransi ini sebagai langkah mitigasi yang strategis (Franke, 2017).

Dengan meningkatnya ancaman serangan siber, asuransi siber menjadi elemen kunci dalam ekosistem keamanan siber global. Perusahaan yang memanfaatkan asuransi siber dapat menghadapi risiko yang berkembang dengan lebih percaya diri, sementara industri asuransi terus berinovasi untuk menciptakan produk yang sesuai dengan kebutuhan pasar dan dinamika ancaman yang selalu berubah.



**Gambar 8** Lingkaran permasalahan asuransi siber menurut Deloitte Center for Financial Services (Friedman dan Thomas, 2017).



Gambar 8 menggambarkan lingkaran permasalahan dalam asuransi siber, di mana salah satu tantangan terbesar adalah penentuan premi atau tarif yang sesuai (Marotta, dkk., 2017). Tantangan ini tidak hanya disebabkan oleh ketidaktersediaan data aktuarial yang memadai, tetapi juga oleh ketidakpastian standar normatif yang berkaitan dengan bagaimana menghitung hubungan kausal antara berbagai faktor risiko siber (Toregas dan Zahn, 2014). Faktor-faktor risiko ini meliputi banyaknya serangan siber, jumlah perangkat yang terdampak, hingga besar kerugian yang ditimbulkan.

Ketidakterediaan data historis mengenai insiden siber, seperti data mengenai jumlah serangan, perangkat yang terinfeksi, dan total kerugian, menjadi kendala utama dalam penentuan premi. Hal ini terjadi karena data tersebut sering kali bersifat rahasia, belum terdokumentasi dengan baik, atau hanya tersedia dalam jumlah yang sangat terbatas. Selain itu, serangan siber merupakan fenomena yang dinamis dan terus berkembang, sehingga menyulitkan perolehan data yang stabil dan representatif.

Hingga saat ini, metode yang robust dan terstandarisasi untuk menghitung premi asuransi siber belum tersedia. Banyak perusahaan asuransi yang menawarkan produk asuransi siber dengan premi yang tinggi, yang disebabkan oleh proses *underwriting* yang kompleks. Proses ini melibatkan identifikasi dan seleksi risiko yang mendetail serta memakan waktu, karena setiap kebijakan perlu disesuaikan dengan profil risiko perusahaan yang unik.

Selain itu, ketidakpastian dalam mengukur faktor risiko siber menyebabkan perusahaan asuransi mengambil pendekatan konservatif dalam menentukan harga. Risiko yang sulit diukur atau tidak pasti membuat perusahaan cenderung menetapkan premi yang lebih tinggi untuk melindungi diri dari potensi kerugian besar yang mungkin terjadi. Sebagai akibatnya, premi asuransi siber sering kali jauh lebih mahal dibandingkan produk asuransi lainnya, yang dapat menjadi hambatan bagi adopsi yang lebih luas di industri.

Solusi yang memungkinkan untuk mengatasi masalah ini adalah dengan meningkatkan transparansi data serangan siber, mendorong standar pelaporan yang lebih baik, serta memanfaatkan teknologi seperti *machine learning* dan analitik data besar untuk membantu dalam memodelkan risiko siber dengan lebih akurat. Pengembangan metode ini diharapkan dapat

membantu perusahaan asuransi menetapkan premi yang lebih wajar dan kompetitif, serta mempercepat adopsi produk asuransi siber di pasar yang lebih luas.

Beberapa model risiko yang telah dikembangkan mempertimbangkan sisi permintaan dan penawaran produk, namun terdapat faktor-faktor lain yang perlu diintegrasikan untuk mendapatkan pemahaman yang lebih komprehensif mengenai risiko siber. Faktor-faktor ini mencakup asumsi tentang struktur jaringan, informasi terkait sistem komputer, serta waktu dan dinamika terjadinya serangan siber (Bohme dan Schwartz, 2010). Ketiga elemen tersebut sangat penting karena sifat unik dari risiko siber yang berbeda dengan risiko konvensional.

Bohme dan Schwartz (2010) mengidentifikasi dua karakteristik kunci yang membedakan risiko siber dari risiko tradisional. Pertama, sumber daya Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) terhubung dalam suatu jaringan. Dalam dunia siber, sistem komputer, *server*, dan perangkat lain yang terhubung satu sama lain menciptakan ekosistem yang kompleks, di mana serangan terhadap satu elemen dapat memengaruhi elemen lain secara langsung atau tidak langsung. Keterkaitan ini meningkatkan kerentanan jaringan terhadap serangan terkoordinasi dan berpotensi menyebabkan kerugian yang meluas.

Kedua, komputer atau perangkat yang terinfeksi dapat menjadi ancaman bagi komputer lain. Dalam konteks siber, sebuah komputer yang terkena malware atau serangan berbahaya tidak hanya mengalami kerugian sendiri, tetapi juga memiliki potensi untuk menyebarkan serangan tersebut ke sistem lain dalam jaringan. Efek "penyebaran" ini menciptakan risiko sekunder yang sulit diprediksi dalam analisis risiko konvensional.

Kedua sifat ini menekankan bahwa analisis risiko siber tidak dapat dilakukan secara individual terhadap satu entitas atau sistem. Sebaliknya, pendekatan yang lebih holistik diperlukan, yang mencakup pemahaman mendalam tentang topologi jaringan komputer yang terlibat. Topologi jaringan menggambarkan bagaimana komputer dan perangkat lain dihubungkan dalam suatu sistem, serta bagaimana informasi dan serangan dapat berpindah dari satu titik ke titik lain. Struktur jaringan yang kompleks, seperti jaringan dengan banyak lapisan atau yang tersebar secara geografis,

dapat meningkatkan kesulitan dalam memprediksi bagaimana serangan akan berkembang dan seberapa cepat penyebaran terjadi.

Selain itu, faktor temporal, yaitu waktu dan frekuensi serangan, juga memainkan peran penting dalam risiko siber. Serangan yang terjadi dalam waktu singkat dan pada momen kritis dapat menyebabkan dampak kerugian yang jauh lebih besar dibandingkan serangan yang berlangsung lama namun tidak terlalu merusak. Waktu juga berperan dalam respons perusahaan terhadap serangan—semakin cepat perusahaan dapat mendeteksi dan merespons serangan, semakin kecil potensi kerugian.

Dalam analisis risiko siber, diperlukan model yang mampu menangkap interaksi dinamis antara faktor-faktor ini, serta bagaimana kerentanan dalam satu bagian jaringan dapat memengaruhi keseluruhan sistem. Ini berarti, pendekatan tradisional yang menganggap risiko sebagai peristiwa independen atau terisolasi tidak lagi memadai. Pengembangan model-model risiko siber yang lebih canggih harus mempertimbangkan interkoneksi, kecepatan transmisi ancaman, serta dampak jaringan yang rentan terhadap penyebaran serangan.

Dengan memperhatikan faktor-faktor ini, perusahaan asuransi dan pemangku kepentingan lainnya dapat mengembangkan pendekatan mitigasi risiko yang lebih efektif, yang tidak hanya berfokus pada pengamanan individu perangkat, tetapi juga mempertimbangkan stabilitas dan kerentanan jaringan secara keseluruhan.

Salah satu pendekatan yang digunakan untuk menganalisis penyebaran serangan siber dalam jaringan adalah model **Susceptible-Infectious-Susceptible (SIS)**. Model ini, yang diperkenalkan oleh Van Mieghem, dkk. (2009), memiliki dua metode utama dalam pendekatannya.

**Pendekatan pertama** adalah model eksak yang menggunakan **rantai Markov 2N keadaan**, di mana setiap simpul dalam jaringan memiliki dua keadaan: rentan (*susceptible*) atau terinfeksi (*infectious*). Pendekatan ini menawarkan gambaran detail tentang dinamika penyebaran infeksi di dalam jaringan, meskipun kompleksitasnya meningkat seiring bertambahnya jumlah simpul dalam jaringan.

**Pendekatan kedua** adalah **Pendekatan Medan Rata-Rata Terhubung-N (PMRTN)** yang menyederhanakan model dengan hanya mempertimbangkan

dua keadaan untuk setiap simpul. PMRTN memberikan perkiraan batas atas peluang terinfeksi (b.a.p) dalam model SIS dengan asumsi bahwa status dua simpul dalam jaringan adalah saling independen (Van Mieghem, 2010b). Asumsi independensi ini menyederhanakan perhitungan, namun tetap memberikan pemahaman yang cukup baik tentang bagaimana infeksi dapat menyebar di dalam jaringan.

Van Mieghem dan Cator (2012) kemudian memperluas model ini dengan memperkenalkan model  **$\phi$ -SIS**, yang menggabungkan faktor infeksi dari luar jaringan. Dalam model ini,  $\phi$  merepresentasikan laju infeksi diri, yaitu kemungkinan bahwa suatu simpul dalam jaringan bisa terinfeksi tanpa adanya interaksi langsung dengan simpul lain. Penggunaan notasi  $\phi$  bertujuan untuk membedakannya dari notasi  $\varepsilon$  yang biasanya digunakan untuk mengacu pada galat dalam konteks yang lebih umum. Pendekatan ini sangat penting dalam skenario di mana serangan siber dapat dimulai secara acak di berbagai titik dalam jaringan tanpa ada pemicu dari simpul lain.

Selain model SIS standar, Van Mieghem dan Omic (2013) memperkenalkan model **SIS heterogen** (tak homogen), yang lebih realistis dalam menggambarkan dinamika jaringan modern. Model heterogen ini mengakomodasi variasi karakteristik simpul, seperti perbedaan dalam kemampuan serangan atau laju penyebaran infeksi. Sebagai contoh, jika simpul  $v$  terinfeksi, simpul tersebut akan menyerang tetangganya dengan laju infeksi  $\beta_v$ , yang mencerminkan kecepatan penyebaran infeksi dari simpul tersebut. Model ini lebih cocok digunakan pada jaringan komunikasi yang kompleks, di mana karakteristik setiap simpul, seperti kecepatan sinyal transfer data, dapat bervariasi dan memengaruhi laju penyebaran serangan.

Dalam jaringan komunikasi, selain mempertimbangkan karakteristik individu simpul, hubungan antara karakteristik penyerang dan target juga harus diperhitungkan. Model tak homogen yang lebih lanjut dikembangkan oleh Ottaviano, dkk. (2018) dan Ottaviano, dkk. (2019) menekankan pentingnya mempertimbangkan **laju infeksi pada setiap sisi** jaringan, yang mungkin berbeda antara satu simpul dengan simpul lainnya. Misalnya, laju infeksi antara dua simpul yang memiliki hubungan komunikasi yang lebih intens dapat lebih tinggi dibandingkan dengan simpul-simpul yang jarang berinteraksi. Model ini menawarkan kerangka yang lebih fleksibel dan

realistis untuk memahami bagaimana serangan dapat menyebar melalui jaringan yang memiliki struktur dan karakteristik yang heterogen.

Dengan memperluas model SIS menjadi model yang heterogen, serta memperkenalkan faktor eksternal seperti laju infeksi diri dalam model  $\phi$ -SIS, pendekatan ini menjadi lebih kuat dalam memodelkan serangan siber pada jaringan komunikasi modern yang kompleks. Pendekatan ini juga membantu perusahaan asuransi dan praktisi keamanan siber dalam mengidentifikasi simpul-simpul kritis dalam jaringan yang berpotensi menjadi titik penyebaran utama, serta menyusun strategi mitigasi yang lebih efektif untuk mengurangi dampak serangan.

Xu dan Hua (2019) mendefinisikan proses kedatangan risiko pada tingkat simpul dalam jaringan dengan menggunakan model  $\phi$ -SIS, yang secara khusus mempertimbangkan struktur jaringan untuk memodelkan penyebaran infeksi siber. Pendekatan ini dikenal sebagai **pendekatan bottom-up**, yang mewakili perspektif level mikro. Dalam pendekatan ini, risiko dianalisis dari unit terkecil, yaitu komputer atau simpul individual dalam jaringan. Perspektif ini sangat penting dalam pengembangan produk asuransi siber, karena kontrak asuransi disusun berdasarkan risiko yang terukur per unit komputer, yang dikenal dengan istilah **model risiko individu**.

Dengan menggunakan pendekatan *bottom-up*, setiap komputer atau simpul dalam jaringan dianalisis secara terpisah untuk memahami dinamika penyebaran serangan siber dari satu simpul ke simpul lainnya. Pendekatan ini berbeda dari pendekatan *top-down*, yang biasanya melihat risiko dari sudut pandang keseluruhan jaringan atau sistem secara agregat. Model risiko individu ini memungkinkan pemodelan yang lebih akurat, karena mempertimbangkan karakteristik dan kerentanan setiap simpul secara spesifik.

Dalam pemodelan ini, Xu dan Hua mengidentifikasi dua ukuran kunci yang digunakan untuk mengestimasi risiko siber:

1. **Batas atas peluang terinfeksi** – Ukuran ini merepresentasikan estimasi maksimum kemungkinan bahwa sebuah simpul akan terinfeksi oleh serangan siber. Dengan menggunakan model  $\phi$ -SIS, peluang infeksi dihitung dengan mempertimbangkan faktor-faktor seperti laju infeksi diri ( $\phi$ ), interaksi antarsimpul dalam jaringan, dan struktur topologi jaringan itu sendiri. Pendekatan ini memberikan gambaran batas atas potensi

risiko, yang dapat digunakan oleh perusahaan asuransi untuk menentukan langkah mitigasi atau untuk menetapkan harga premi yang lebih realistis.

2. **Total kerugian yang diperoleh dari simulasi Monte Carlo** – Untuk mengukur potensi kerugian akibat serangan siber, Xu dan Hua menggunakan simulasi Monte Carlo. Simulasi ini menyimulasikan berbagai skenario serangan siber dengan mengacu pada model  $\phi$ -SIS, dan menghasilkan estimasi kerugian total yang mungkin terjadi berdasarkan distribusi serangan dan tingkat keparahan infeksi di seluruh jaringan. Dengan simulasi Monte Carlo, dimungkinkan untuk memahami berbagai skenario terburuk, serta dampak finansial dari serangan siber pada level jaringan atau simpul individu.

Pendekatan yang diusulkan oleh Xu dan Hua ini membuka pintu bagi eksplorasi lebih lanjut terkait bagaimana **sifat-sifat dan karakteristik struktur jaringan** memengaruhi tingkat risiko dan tarif asuransi siber. Struktur jaringan, termasuk faktor seperti tingkat keterhubungan antar simpul, topologi jaringan (misalnya, jaringan terpusat versus terdesentralisasi), dan peran simpul-simpul kritis, memiliki pengaruh besar terhadap penyebaran serangan siber. Semakin kompleks dan terhubung jaringan, semakin tinggi potensi penyebaran infeksi, yang pada gilirannya memengaruhi risiko keseluruhan dan biaya asuransi.

Oleh karena itu, salah satu **pertanyaan penelitian utama** dalam memodelkan risiko pada basis simpul adalah bagaimana karakteristik struktur jaringan memengaruhi tarif asuransi siber. Penelitian ini dapat memberikan wawasan bagi perusahaan asuransi dalam menentukan premi yang lebih tepat dengan mempertimbangkan risiko yang terukur pada level simpul, serta mengembangkan strategi mitigasi risiko yang lebih efektif. Pengetahuan ini juga dapat digunakan oleh perusahaan untuk merancang jaringan yang lebih tahan terhadap serangan, dengan memperkuat simpul-simpul kritis atau mengurangi keterhubungan berlebih yang dapat memfasilitasi penyebaran infeksi.

Misalkan  $G(V,E)$  adalah suatu graf yang merepresentasikan jaringan dengan  $V$  adalah himpunan simpul dan  $E$  adalah himpunan sisi. Sistem persamaan diferensial peluang (p.d.p) untuk model  $\phi$ -SIS dengan dua keadaan menggunakan PMRTN untuk  $N$  simpul dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}p_1(t) = \beta \sum_{j=1}^N a_{1j} p_j(t) - \beta \sum_{j=1}^N a_{1j} p_j(t) p_1(t) - (\gamma + \varphi) p_1(t) \\ \frac{d}{dt}p_2(t) = \beta \sum_{j=1}^N a_{2j} p_j(t) - \beta \sum_{j=1}^N a_{2j} p_j(t) p_2(t) - (\gamma + \varphi) p_2(t) , \\ \frac{d}{dt}p_N(t) = \beta \sum_{j=1}^N a_{Nj} p_j(t) - \beta \sum_{j=1}^N a_{Nj} p_j(t) p_N(t) - (\gamma + \varphi) p_N(t) \end{cases}$$

dengan  $p_v(t)$  merupakan peluang terinfeksi simpul  $v$  pada waktu  $t$ ,  $\frac{d}{dt}p_v(t)$  merupakan p.d.p terinfeksi simpul  $v$  untuk  $v = 1, 2, \dots, N$ ,  $\beta$  merupakan laju infeksi sisi,  $\gamma$  merupakan laju perbaikan,  $\varphi$  laju infeksi diri atau infeksi dari luar jaringan, dan  $A = [a_{vj}]$  merupakan matriks ketetanggaan dari graf  $G$ .

Dengan demikian, b.a.p terinfeksi merupakan estimasi konservatif bagi risiko siber. Xu dan Hua (2019) memperoleh b.a.p terinfeksi untuk model Markov dengan menyelesaikan sistem p.d.p tak homogen pada Persamaan I.1a dalam bentuk matriks dan vektor berikut:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}^*(t) = \mathbf{Q}\mathbf{p}^*(t) + \boldsymbol{\varphi}, \quad (3.14)$$

dengan  $\mathbf{Q} = \text{diag}\left(\frac{\beta\gamma}{\gamma+\varphi}\right)\mathbf{A} - \text{diag}(\gamma + \varphi)$ ,  $\text{diag}(\cdot)$  merupakan matriks diagonal,  $\mathbf{p}^*(t)$  adalah vektor b.a.p terinfeksi, dan  $\boldsymbol{\varphi}$  vektor laju infeksi diri. Solusi p.d.p pada Persamaan I.1b adalah

$$\mathbf{p}^*(t) = e^{\mathbf{Q}t}\mathbf{p}(0) + (\mathbf{Q} - \mathbf{1})[e^{\mathbf{Q}t} - \mathbf{I}_N]\boldsymbol{\varphi}, \quad (3.15)$$

dengan  $\mathbf{p}(0)$  vektor peluang terinfeksi pada  $t = 0$ .

Persamaan (3.15) merupakan b.a.p terinfeksi yang memungkinkan  $p_v^*(t) > 1$  untuk  $t \rightarrow \infty$ . Di pihak lain, ruang peluang yang didefinisikan oleh triplet  $(\Omega, F, P)$ , dengan  $\Omega$  merupakan ruang sampel,  $F$  adalah  $\sigma$ -aljabar, dan  $P$  adalah ukuran peluang yang memetakan  $F$  ke  $[0, 1]$ , yaitu  $P : F \rightarrow [0, 1]$  (Stroock, 2010). Untuk itu, batas atas pada Persamaan (3.15) harus  $p_v^*(t) \in [0, 1]$  untuk setiap  $v \in V$  dan  $t \geq 0$ . Studi sebelumnya telah menunjukkan pengaruh derajat dari sebuah simpul pada risiko penularan (Xu dan Hua, 2019; Antonio dan Indratno, 2021). Jika ditinjau lebih lanjut, hal tersebut tercermin pada peluang transisi dari rentan ke infeksi diberikan oleh

$\beta \sum_{j=1}^N a_{vj} I_j(t) = 1$ , dengan  $A = [a_{vj}]$  adalah matriks ketanggaan dari  $G$  dan  $I_j(t)$  adalah status dari komputer  $j$  pada waktu  $t$ . Dengan kata lain, transisinya bergantung pada banyaknya tetangga simpul  $v$  dengan status terinfeksi. Struktur dengan derajat paling maksimum yaitu pada jaringan lengkap memiliki risiko penularan tertinggi. Jaringan lengkap menjadi batas risiko tertinggi untuk penentuan syarat pendefinisian batas atas pada ruang peluang.

Analisis kestabilan dan pendefinisian pada ruang peluang sangat bergantung pada sifat matriks  $Q$  pada jaringan dengan koneksi paling maksimum, yaitu pada graf lengkap  $K_N$ . Pendefinisian tersebut mengaitkan kestabilan p.d.p. dan bentuk eksak batas atas peluang. Kestabilan p.d.p. pada Persamaan (3.14) bergantung pada nilai eigen matriks  $Q$ . Berdasarkan teori kestabilan (Robinson, 2004), p.d.p. tersebut stabil jika dan hanya jika semua nilai eigen dari matriks  $Q$  memiliki komponen real yang negatif  $R[\lambda_v] < 0$ ,  $\forall v = 1, 2, \dots, N$ . Penelitian ini juga mendapatkan bentuk eksak dari b.a.p terinfeksi untuk  $K_N$ . Hasil tersebut diperoleh dengan menggunakan dekomposisi spektral matriks.

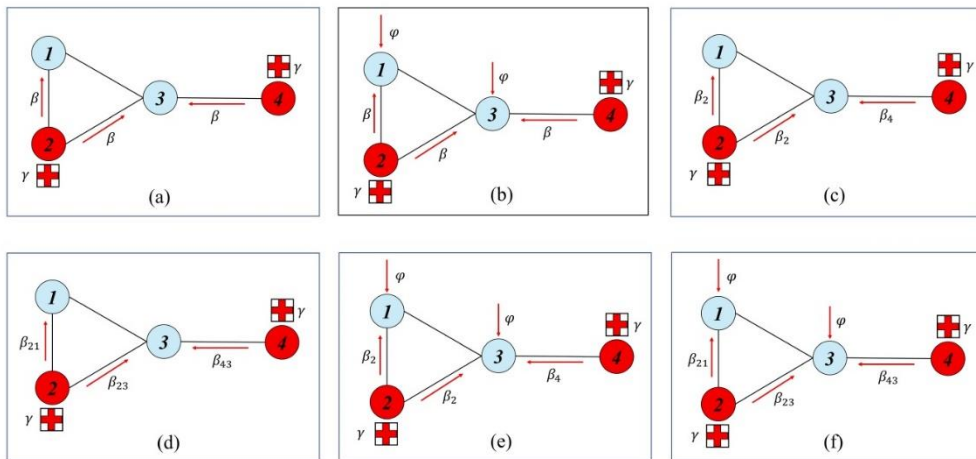
Selain itu, penelitian ini juga mempertimbangkan faktor-faktor stuktur jaringan dalam mengestimasi risiko siber. Titik beratnya ada pada penyesuaian laju infeksi berdasarkan karakteristik komunikasi pada jaringan untuk menghasilkan premi yang lebih sesuai. Dua faktor yang memengaruhi laju infeksi dan dipertimbangkan dalam penelitian ini adalah frekuensi komunikasi (Antonio, dkk., 2021b) dan struktur pengelompokan lokal (Indratno dkk., 2021). Selain itu, studi struktur jaringan dinamis juga telah banyak dilakukan dan memiliki pengaruh signifikan terhadap proses penyebaran epidemi (Volz dan Meyers, 2007; Enright dan Kao, 2018; Rocha dan Masuda, 2016; Pare dkk., 2018).

Penelitian ini juga mengembangkan model Markov dengan struktur jaringan dinamis dalam mengestimasi premi. Faktor-faktor tersebut dimasukan ke dalam model melalui fungsi transformasi yang membuat laju infeksi  $\beta$  heterogen  $\beta_v$  pada simpul  $v$  atau  $\beta_{uv}$  pada sisi  $(u, v)$ . Dengan faktor-faktor tersebut, premi tidak lagi seragam tetapi bergantung pada intensitas dari penggunaan atau kecenderungan suatu simpul menjadi klaster atau kelompok. Masuknya faktor lain selain derajat membutuhkan model  $\phi$ -SIS



heterogen. Hasilnya diharapkan memberikan estimasi premi atau tarif yang tidak terlalu tinggi sehingga lebih kompetitif di pasar.

Kerangka pengembangan model SIS dengan struktur jaringan ditampilkan di Gambar 9 untuk mengontraskan perbedaan prespektif pemodelan dan asumsinya. Model SIS untuk penyebaran virus komputer awalnya diperkenalkan (Van Mieghem, dkk., 2011). Perhatikan Gambar 9(a), model ini masih menggunakan laju penularan yang sama. Kemudian Van Mieghem dan Cator (2012) memperumum menjadi model  $\phi$ -SIS dengan menambahkan proses infeksi diri, lihat Gambar 9(b). Model dengan karakteristik penyerang disebut sebagai model SIS Heterogen Simpul (HM-SIS) telah dikembangkan oleh Van Mieghem dan Omic (2013), lihat Gambar 9(c). Model SIS Heterogen Sisi (HS-SIS) disusun untuk laju infeksi berbeda tiap sisi atau model mengakomodasi sifat antara setiap dua pasang simpul dibahas oleh Ottaviano, dkk. (2019), lihat Gambar 9(d).



**Gambar 9** Pengembangan model SIS dengan struktur jaringan (a) Model SIS Homogen (SIS) (Van Mieghem dkk., 2009) (b) Model  $\phi$ -SIS (Van Mieghem dan Cator, 2012) (c) Model SIS Heterogen Simpul (HMSIS) (Van Mieghem dan Omic, 2013) (d) Model SIS Heterogen Sisi (HS-SIS) (Ottaviano dkk., 2019) (e) Model  $\phi$ -SIS Heterogen Simpul Diperumum (HMD-SIS) (f) Model  $\phi$ -SIS Heterogen Sisi Diperumum (HSD-SIS).

Pada penelitian ini, faktor keamanan jaringan terkait dengan frekuensi komunikasi (Schwartz dan Sastry, 2014) dan koefisien klasterisasi lokal (KKL) (Bo Song dkk., 2017) dipertimbangkan sebagai faktor yang memengaruhi laju penularan. Tiap pasang simpul memiliki banyak komunikasi berbeda pada tiap sisinya dan setiap simpul memiliki KKL berbeda (Heer, dkk., 2020).

Karakteristik komputer berbeda-beda membuat laju infeksi simpul dan laju infeksi sisi berbeda sehingga risiko dan tarif menjadi lebih realistis. Kondisi ini membutuhkan model SIS yang mampu mengakomodasi heterogenitas laju penularan. Model yang dikembangkan adalah dengan menambahkan faktor infeksi dari luar jaringan pada model heterogen (Ottaviano, dkk., 2018; Ottaviano, dkk., 2019) sehingga model heterogennya adalah model heterogen diperumum.

Matriks laju penularan  $Q$  yang telah dikembangkan sebelumnya diperluas untuk laju infeksi heterogen dengan memperkenalkan model SIS heterogen simpul diperumum HMD-SIS pada Gambar 1.2(e) dan model SIS heterogen sisi diperumum HSD-SIS pada Gambar 1.2(f). Ide solusinya adalah membentuk matriks laju penularan QHMD dan QHSD dengan mempertahankan asumsi pada model Markov  $\phi$ -SIS. Dengan demikian, penyelesaiannya dapat menggunakan cara yang sama seperti pada Xu dan Hua (2019) dengan pendekatan berbeda dari Van Mieghem dan Cator (2012). Solusi b.a.p terinfeksi menghasilkan bentuk paling umum pada model HSD-SIS dengan mengganti matriks ketetangaan  $A$  menjadi matriks laju infeksi  $B$ . Untuk memperlihatkan kompleksitas dari model heterogen, syarat kestabilan asimptotik dan syarat pendefinisian peluangnya dikerjakan pada graf lengkap dengan dua simpul  $K_2$ .

Dengan model laju infeksi heterogen, faktor struktur jaringan komunikasi dapat dipertimbangkan ke dalam model melalui suatu fungsi. Model HMD-SIS mempertimbangkan faktor KKL (Bo Song, dkk., 2017) melalui suatu fungsi penghambatan epidemi (Wu dan Liu, 2008). Aplikasi model HMD-SIS dilakukan pada jaringan komunikasi email Enron (Rossi dan Ahmed, 2015). Pada model HSD-SIS, faktor komunikasi yang dipertimbangkan adalah frekuensi komunikasi sebagai bobot pada jaringan. Analisis pada model HSD-SIS dikerjakan pada jaringan berbobot mempertimbangkan PPG. PPG sebelumnya digunakan pada jaringan berbobot pembelian produk bersama (Zhang, dkk., 2011).

Untuk mengarakterisasi struktur, PPG diusulkan untuk penentuan premi/tarif pada jaringan berbobot. Bobot menggambarkan frekuensi komunikasi dalam jaringan komunikasi komputer (Chou, 1975). Frekuensi komunikasi adalah jumlah koneksi yang dibuat saat mengirim dan menerima informasi. Beberapa studi tentang lalu lintas jaringan dan serangan siber

menunjukkan hubungan di antara keduanya (Almutairi, dkk., 2020; Wang and Jones, 2020; Wang, dkk., 2020). Akibatnya, PPG berfungsi untuk memperoleh kelompok dengan komunikasi intens. Model ini diaplikasikan pada jaringan hipotesis hibrid dan acak.

Penelitian ini juga mencoba memperumum matriks ketetanggaan  $A$  dengan matriks ketetanggaan dinamis pada model homogen. Misalkan  $A(t)$  merupakan matriks ketetanggaan  $A$  dari graf  $G(V, E)$  pada saat  $t$ . Matriks ketetanggaan dinamis  $A(t)$  ini dipertimbangkan dalam laju infeksi model Markov.

Virus komputer menyebar pada jaringan ini melalui sisi. Graf  $G$  merupakan jaringan tanpa putaran (*loop*) tidak mengakomodasi koneksi ke diri sendiri. Di sini, graf  $G$  merupakan graf berbobot dengan bobot untuk sisi  $(u, v) \in E$  untuk  $u, v \in V$  diberikan oleh  $w_{uv}$  dan  $w_{uu} = 0$  untuk setiap  $u \in V$  karena  $G$  merupakan jaringan tidak berarah. Bobot pada jaringan ini merupakan banyaknya komunikasi pada setiap sisi yang diperoleh dari model berbasis sisi atau model berbasis simpul.

Misalkan  $\beta_{uv}$  merupakan laju infeksi untuk tipe koneksi antara  $u$  dan  $v$  untuk  $u, v \in V$ . Dikarenakan tipe jaringan tidak memiliki putaran (*loop*), tidak ada koneksi ke diri sendiri atau  $\beta_{uu} = 0$  untuk setiap  $u \in V$ . Diberikan graf tidak berarah  $G$ , matriks laju infeksi  $B = [\beta_{uv}]$ , untuk  $u, v = 1, 2, \dots, N$ , adalah matriks simetri.

Pada simpul  $v$ , infeksi dan perbaikan diasumsikan sama untuk setiap  $v, \gamma$  and  $\varphi$ . Proses infeksi sisi, perbaikan, dan infeksi diri mengikuti proses Poisson, dengan laju infeksi adalah  $\beta_{uv}$ , laju perbaikan  $\gamma$ , dan laju infeksi diri  $\varphi$ . Jadi, waktu hingga terinfeksi untuk simpul  $v$  akibat serangan dari simpul  $u$  yang terinfeksi adalah peubah acak eksponensial dengan rata-rata  $\beta_{uv}$ . Selanjutnya, rata-rata waktu hingga simpul  $v$  diperbaiki adalah peubah acak eksponensial dengan rata-rata  $\gamma$ . Waktu hingga simpul  $v$  terinfeksi akibat infeksi dari luar jaringan adalah peubah acak eksponensial dengan rata-rata  $\varphi$ . Semuanya mengikuti proses Poisson homogen, yaitu proses Poisson yang tidak bergantung waktu. Walaupun demikian, sisi atau simpul memiliki laju infeksi heterogen.

Misalkan  $I_v(t)$  merupakan peubah acak status dari simpul  $v$ , dengan  $I_v(t) \in \{0, 1\}$ . Jika pada waktu  $t$ , simpul  $v$  terinfeksi, maka  $I_v(t) = 1$  dengan

peluang  $p_v(t) = P(I_v(t) = 1)$ . Jika simpul  $v$  rentan pada waktu  $t$ , maka  $I_v(t) = 0$  dengan peluang  $1 - p_v(t) = P(I_v(t) = 0)$ . Peluang transisi dari simpul  $v$ , yaitu  $p_{v,xy}(t) = P(I_v(t+h) = y | I_v(t) = x)$ , untuk model HSD-SIS dapat dituliskan sebagai berikut:

$$p_{v,xy}(t) = \begin{cases} (\sum_{j=1}^N \beta_{vj} I_j(t) + \varphi)h + o(h), & x = 0, y = 1 \\ \gamma h + o(h), & x = 1, y = 0 \end{cases}$$

Batas atas persamaan dinamis untuk peluang terinfeksi dari model HSD-SIS dapat diturunkan menggunakan Pendekatan Medan Rata-Rata Terhubung-N (PMRTN) (Van Mieghem, 2014) sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt} p_v(t) = \sum_{j=1}^N \beta_{vj} p_j(t) - \sum_{j=1}^N \beta_{vj} p_j(t) p_v(t) - (\gamma + \varphi) p_v(t) + \varphi$$

Misalkan  $B = [\beta_{uv}]$  untuk  $u, v = 1, 2, \dots, N$ . Hasil untuk rantai Markov waktu kontinu dengan dua keadaan adalah  $p_v(t) \geq \frac{\varphi}{\gamma + \varphi}$  (Xu dan Hua, 2019), dan Persamaan IV.1 dapat dituliskan ke dalam bentuk vektor dan matriks berikut:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}(t) \leq \left[ \left( \mathbf{I}_N - \text{diag} \left( \frac{\varphi}{\gamma + \varphi} \right) \right) \mathbf{B} - \text{diag}(\varphi + \gamma) \right] \mathbf{p}(t) + \boldsymbol{\varphi},$$

dengan  $\mathbf{p}(t) = (p_1(t), p_2(t), \dots, p_N(t))^T$  dan  $\boldsymbol{\varphi} = (\varphi, \varphi, \dots, \varphi)^T$ . Misalkan  $Q^{HSD} = \text{diag} \left( \frac{\gamma}{\gamma + \varphi} \right) B - \text{diag}(\varphi + \gamma)$ , persamaan b.a.p terinfeksi dapat dituliskan sebagai  $\frac{d}{dt} \mathbf{p}^*(t) = Q^{HSD} \mathbf{p}^*(t) + \boldsymbol{\varphi}$ . Asumsikan bahwa pada saat  $t = 0$  peluang terinfeksi sama dengan  $\mathbf{p}^*(0)$ . Akhirnya, solusi b.a.p terinfeksi dapat diselesaikan dengan cara sama seperti teorema b.a.p homogen. Karena

$$Q^{HSD} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(Q^{HSD})^k t^k}{k!} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(Q^{HSD})^k t^k}{k!} + I_N,$$

maka b.a.p terinfeksi untuk model HSD-SIS dapat dituliskan sebagai Teorema 1 berikut:

**Teorema 1.** Misalkan  $Q^{HSD} = \text{diag} \left( \frac{\gamma}{\gamma + \varphi} \right) \mathbf{B} - \text{diag}(\varphi + \gamma)$  dan  $B = [\beta_{uv}]$  untuk  $u, v = 1, 2, \dots, N$ . Maka untuk model HSD-SIS, b.a.p terinfeksi diberikan oleh

$$p^*(t) = e^{Q^{HSD} t} \mathbf{p}(0) + (Q^{HSD})^{-1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(Q^{HSD})^k t^k}{k!} \boldsymbol{\varphi}.$$

Perbedaan antara teorema ini dan teorema (Xu dan Hua, 2019) adalah generalisasi dari matriks ketetangaan ke matriks laju infeksi. Perhatikan bahwa peluang stasioner PMRTN adalah batas atas untuk model SIS, yaitu:  $p_{v\infty} = p_v^*$ .

Untuk membangun sebuah jaringan komunikasi, diperlukan sebuah model untuk merepresentasikan kejadian acak yang terjadi pada jaringan tersebut. Model ini mempertimbangkan analogi analisis pasar keranjang untuk membuat jaringan saling berhubungan dengan jumlah komunikasi di setiap sisi. Kemudian, jaringan berbobot dibangun berdasarkan jumlah produk pembelian bersama dari setiap data transaksi dalam analisis keranjang pasar menggunakan jaringan. Setiap transaksi mencakup beberapa produk pembelian bersama. Analogi ini dapat digunakan sebagai ide untuk membangun model komunikasi pada jaringan komputer dengan mengasumsikan transaksi sebagai komunikasi, dan setiap transmisi dapat melibatkan beberapa simpul yang mewakili komputer.

Berdasarkan simpul atau komputer yang terlibat dalam transaksi tertentu, komunikasi antarsimpul dapat dianalisis untuk membentuk jaringan komunikasi berbobot, di mana bobotnya merepresentasikan frekuensi atau kuantitas komunikasi yang terjadi di antara setiap pasangan simpul. Pendekatan ini dikenal sebagai model berbasis simpul dan memberikan gambaran yang jelas mengenai interaksi antar simpul dalam jaringan, seperti yang digambarkan pada Gambar 10.

Untuk lebih memahaminya, bayangkan sebuah perusahaan yang memiliki empat simpul komputer dalam jaringannya. Dalam satu hari, terjadi tiga komunikasi utama antara simpul-simpul tersebut. Masing-masing komunikasi diberi label sebagai C1, C2, dan C3, yang mewakili urutan terjadinya komunikasi.

- **Komunikasi pertama (C1)** melibatkan **simpul 1, simpul 2, dan simpul 4**. Ini berarti pada saat tertentu, data dikirim atau diterima oleh ketiga simpul tersebut, menciptakan hubungan komunikasi di antara mereka. Dalam jaringan berbobot, simpul-simpul ini akan terhubung dengan garis yang menunjukkan interaksi, dan bobotnya bisa dihitung berdasarkan jumlah data atau frekuensi komunikasi antara simpul-simpul yang terlibat.
- **Komunikasi kedua (C2)** terjadi antara **simpul 2, simpul 3, dan simpul 4**. Pada komunikasi ini, simpul 2 terhubung dengan simpul 3 dan simpul 4,

yang mencerminkan interaksi yang berbeda dari komunikasi pertama. Hubungan baru ini akan direpresentasikan sebagai garis penghubung dalam jaringan berbobot, dengan bobot yang mencerminkan intensitas komunikasi di antara simpul-simpul tersebut.

- **Komunikasi ketiga (C3)** hanya melibatkan **simpul 3 dan simpul 4**, di mana terjadi pertukaran data langsung antara kedua simpul ini tanpa melibatkan simpul lain. Hubungan ini menambah kompleksitas jaringan komunikasi berbobot, di mana simpul 3 dan simpul 4 akan memiliki garis penghubung dengan bobot yang merefleksikan seberapa sering atau seberapa besar data yang ditransmisikan di antara keduanya.

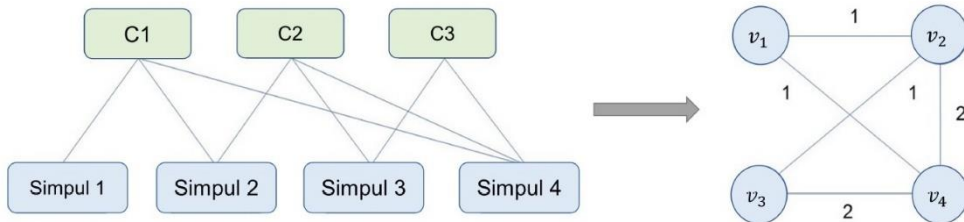
Melalui model berbasis simpul ini, kita dapat memvisualisasikan pola komunikasi yang terjadi dalam jaringan perusahaan tersebut. Setiap simpul mewakili satu komputer dalam jaringan, sementara garis penghubung antar simpul menunjukkan adanya komunikasi. Bobot garis tersebut bisa diukur berdasarkan beberapa faktor, seperti:

1. **Frekuensi komunikasi** – berapa kali komunikasi terjadi antara dua simpul dalam periode waktu tertentu.
2. **Kuantitas data** – jumlah data yang dikirim antara dua simpul dalam transaksi tertentu.

Pendekatan ini memberikan sejumlah manfaat dalam analisis jaringan, khususnya dalam memetakan risiko dan mendeteksi kerentanan dalam jaringan. Dengan memodelkan hubungan komunikasi antarsimpul, perusahaan dapat mengidentifikasi simpul mana yang paling banyak berkomunikasi dan, oleh karena itu, mungkin lebih rentan terhadap serangan siber. Simpul dengan banyak koneksi dapat menjadi titik kritis dalam jaringan, yang jika diserang, dapat memengaruhi sebagian besar jaringan lainnya.

Selain itu, model berbasis simpul ini dapat digunakan untuk mengoptimalkan asuransi siber. Dengan mengukur frekuensi dan kuantitas komunikasi antarsimpul, perusahaan asuransi dapat menghitung risiko lebih akurat dan menetapkan premi yang lebih tepat berdasarkan seberapa rentan jaringan komunikasi sebuah perusahaan terhadap potensi serangan siber. Simpul dengan komunikasi yang lebih intensif mungkin memerlukan perlindungan yang lebih tinggi, sementara simpul dengan sedikit interaksi dapat memiliki risiko yang lebih rendah.

Model ini juga dapat digunakan untuk mengidentifikasi anomali dalam pola komunikasi, seperti adanya simpul yang tiba-tiba terlibat dalam lebih banyak komunikasi dari biasanya, yang mungkin mengindikasikan adanya ancaman siber atau aktivitas mencurigakan.

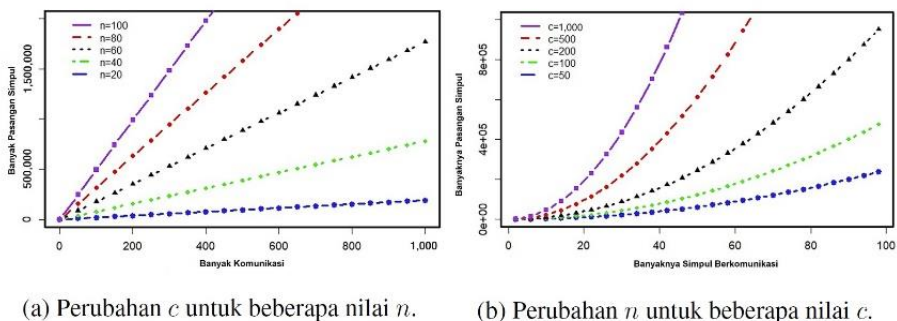


**Gambar 10** Suatu analogi dari jaringan pembelian bersama produk pada analisis keranjang belanja untuk membangun jaringan komunikasi dengan model berbasis simpul.

Misalkan  $X$  menyatakan variabel acak jumlah komunikasi mengikuti distribusi diskrit dengan fungsi masa probabilitas  $p_X = P(X = c)$  dan  $Y$  adalah variabel acak jumlah simpul yang berkomunikasi dalam setiap komunikasi mengikuti distribusi diskrit dengan fungsi massa probabilitas  $p_Y = P(Y = n)$ . Keduanya independen, dan mereka dapat mengikuti distribusi binomial, distribusi Poisson, atau distribusi binomial negatif. Variabel acak  $X$  dan  $Y$  mewakili jumlah komunikasi atau simpul terlibat dalam komunikasi selama waktu tertentu jika diambil dari distribusi Poisson. Jika keduanya memiliki distribusi binomial, itu menunjukkan jumlah komunikasi berhasil atau simpul berhasil terhubung. Peubah acaknya juga dapat diperlakukan sebagai jumlah komunikasi berhasil yang terjadi jika jumlah kegagalan komunikasi diketahui, dan kemudian mengikuti distribusi binomial negatif. Pada bagian selanjutnya distribusi yang digunakan adalah distribusi Poisson.

Rumus jumlah simpul pasangan terhubung dalam sehari adalah  $\binom{n}{2}c$ . Misalkan sebuah perusahaan memiliki 100 unit komputer. Akibatnya, jumlah maksimum simpul terhubung ke komunikasi adalah 100 juga. Ketahuilah bahwa jaringan komputer perusahaan dapat menampung hingga seribu kontak per hari. Gambar 11 menunjukkan pengaruh  $c$  dan  $n$  pada total komunikasi yang terjadi pada semua sisi. Jika diberikan nilai di sekitar mean variabel acak  $Y$  sama dengan  $n$ , maka perubahan nilai  $c$  memiliki hubungan linear terhadap total komunikasi dalam sehari (lihat Gambar 11.a). Sementara

itu, nilai  $n$  dan total komunikasi memiliki hubungan nonlinier jika diberi nilai di sekitar rerata dari variabel acak  $X$  sama dengan  $c$  (lihat Gambar 11b). Algoritma untuk model berbasis simpul diberikan pada Gambar 12.



**Gambar 11** Pengaruh  $\tilde{c}$  dan  $n$  pada frekuensi komunikasi pada jaringan selama satu hari.

---

**Algoritma** : Pembangunan frekuensi komunikasi sebagai bobot jaringan menggunakan model berbasis simpul.

---

**Input:** Topologi jaringan, banyaknya simpul atau komputer  $N$ , waktu  $T$ , distribusi banyak komunikasi  $p_X$ , dan distribusi banyak simpul setiap komunikasi  $p_Y$ .

Bangun himpunan sisi  $L$ .

Bangkitkan  $N$  peluang sampel dari  $U \sim [0, 1]$ .

**for**  $i=1$  **to**  $T$  **do**

    Bangkitkan banyak komunikasi  $c$  dari distribusi peluang  $p_X$ .

**for**  $j=1$  **to**  $\tilde{c}$  **do**

        Bangkitkan banyak simpul pada tiap komunikasi  $n$  dari distribusi peluang  $p_Y$ .

        Pilih secara acak  $n$  simpul dari himpunan simpul berdasarkan peluang sampelnya.

        Bangun himpunan sisi  $l_{uv}$  untuk setiap pasangan simpul  $u$  dan  $v$ .

        Cocokkan  $l_{uv}$  dengan  $k \in L$ .

**for**  $k$  **in**  $L$  **do**

            | Hitung akumulasi sisi yang cocok.

**end**

**end**

**return** vektor bobot komunikasi

**end**

Bangun suatu jaringan berbobot hingga waktu  $T$

**Output:** bobot komunikasi

---

**Gambar 12** Model berbasis simpul



Sifat struktural dari interaksi simpul dalam kelompoknya adalah *output* dari prosedur pendeteksian komunitas. Pendeteksian komunitas untuk jaringan komunikasi telah digunakan untuk menemukan jaringan seluler yang efisien (Nguyen dkk., 2014). Pendeteksian komunitas juga digunakan untuk mendapatkan kesamaan struktur komunikasi pada jaringan komunikasi telepon seluler (Blondel, dkk., 2008). Setelah didapatkan graf dengan bobot komunikasi pada jaringan komputer, langkah selanjutnya adalah mencari kemiripan strukturnya melalui metode pendeteksian komunitas.

Ada dua grup utama untuk algoritma pendeteksian komunitas: algoritma pendeteksian komunitas saling lepas dan algoritma pendeteksian komunitas gabungan (Javed dkk., 2018). Dalam hal ini, sebuah simpul ditentukan hanya berada dalam satu kelompok risiko sehingga pendeteksian komunitas yang dipilih menghasilkan komunitas saling lepas. Salah satu algoritma pendeteksian komunitas saling lepas adalah algoritma berbasis modularitas. Misalkan  $G = (G_1, G_2, \dots, G_\zeta)$  adalah barisan dari subgraf  $\zeta$  dan jumlah subgraf  $\zeta$  diasumsikan tidak diketahui. Jumlah subgraf harus ditentukan menggunakan algoritma untuk memaksimalkan fungsi modularitas  $Y$ , dengan  $Y$  sama dengan:

$$Y = \sum_{i=1}^{\zeta} (\ell_{ij} - \tilde{a}_i)$$

dan  $\ell_{ij}$  adalah jumlah total sisi yang memiliki satu simpul ujung di komunitas  $i$  dan lainnya di komunitas  $j$ . Istilah  $\tilde{a}_i$  adalah jumlah total tepi tempat terhubung ke simpul di komunitas  $i$  (Newman dan Girvan, 2004).

Ada tiga algoritma untuk menyelesaikan masalah ini. Pertama, algoritma berbasis modularitas menggunakan metode pencarian heuristik untuk pendekatan masalah optimasi, yang disebut optimasi ekstrim (Boettcher dan Percus, 2001b; Boettcher dan Percus, 2001a). Kedua, optimasi spektral (Newman dan Girvan, 2004; Chen, dkk., 2014; Newman, 2006) menggunakan informasi spektral dari data matriks, nilai eigen dan vektor eigen untuk memaksimalkan modularitas. Terakhir, *greedy optimization* (Newman dan Girvan, 2004; Blondel dkk., 2008) menjalankan optimasi modularitas dari jumlah komunitas terbesar (memperlakukan setiap simpul sebagai komunitas).

Dikarenakan alasan kompleksitas waktu, algoritma serakah dari (Blondel, dkk., 2008), atau biasa disebut sebagai algoritma Louvain, dipilih untuk masalah ini. Jaringan komunikasi adalah jaringan berbobot dengan bobot sisi adalah komunikasi antara dua simpul. Algoritma ini membutuhkan fungsi modularitas untuk jaringan berbobot (Newman, 2004). Untuk jaringan berbobot, fungsi modularitas  $Y_W$  dapat didefinisikan sebagai

$$Y_W = \frac{1}{2m} \sum_{i,j} \left[ w_{ij} - \frac{\tilde{k}_i \tilde{k}_j}{2m} \right] \gamma(G_i, G_j)$$

dengan  $w_{ij}$  dilambangkan bobot sisi  $(i, j)$ ,  $\tilde{k}_i$  dan  $\tilde{k}_j$  adalah bobot akumulatif dari sisi yang berakhir pada simpul  $i$  dan  $j$ ,  $m$  adalah berat total dalam jaringan.  $G_i$  dan  $G_j$  masing-masing dilambangkan sebagai lokasi komunitas dari simpul  $i$  dan  $j$ , dan  $\tilde{\gamma}(\cdot)$  adalah fungsi gamma Kronecker

$$\tilde{\gamma}(G_i, G_j) = \begin{cases} 1, & G_i = G_j \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Pendekatan penambangan graf merupakan salah satu metode penting dalam analisis risiko jaringan, khususnya dalam konteks jaringan komunikasi siber yang kompleks. Proses ini dijelaskan secara rinci pada Gambar 13, di mana penambangan graf dilakukan melalui tiga tahap utama: membangun jaringan berbobot, penambangan graf, dan penentuan tarif. Setiap tahap ini bertujuan untuk mengidentifikasi pola komunikasi yang terjadi dalam jaringan dan memperkirakan risiko siber yang terkait, yang kemudian digunakan untuk menetapkan tarif asuransi yang sesuai.

## 1. Membangun Jaringan Berbobot

Tahap pertama dalam proses ini adalah membangun jaringan berbobot, di mana setiap simpul dalam jaringan merepresentasikan sebuah komputer atau perangkat yang terlibat dalam komunikasi. Dua perusahaan dengan dua jenis topologi jaringan yang berbeda digunakan sebagai contoh dalam pendekatan ini. Pada perusahaan pertama, terdapat tiga divisi, masing-masing terdiri dari 50 komputer. Komputer-komputer dalam setiap divisi terhubung satu sama lain, membentuk topologi yang kuat dan terorganisasi, sementara divisi-divisi tersebut dihubungkan oleh satu jembatan yang memungkinkan komunikasi antardivisi.

Di sisi lain, perusahaan kedua memiliki 150 unit komputer yang terhubung melalui topologi jaringan acak, seperti yang diuraikan oleh van der Hofstad (2016). Dalam jaringan acak ini, tidak ada struktur yang pasti, dan hubungan antarsimpul ditentukan secara acak berdasarkan probabilitas tertentu. Pada contoh ini,  $N = 150$  mewakili jumlah simpul (komputer), sementara  $p = 0,1$  adalah probabilitas bahwa ada koneksi antara dua simpul. Pada topologi jaringan acak, jaringan ini berkembang secara evolusioner, dimulai dari simpul-simpul yang terisolasi, yang kemudian terhubung satu sama lain secara bertahap sesuai dengan probabilitas  $p$ .

Kedua topologi ini, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 14, memberikan contoh bagaimana struktur jaringan yang berbeda dapat menghasilkan dinamika komunikasi yang berbeda pula. Pada perusahaan pertama, topologi yang lebih terstruktur dengan komunitas-komunitas yang jelas mungkin lebih mudah untuk dianalisis, sedangkan pada perusahaan kedua, jaringan acak dengan sifat evolusionernya menciptakan tantangan tersendiri dalam analisis komunikasi dan risiko siber.

## **2. Penambangan Graf**

Setelah jaringan berbobot dibangun, tahap berikutnya adalah penambangan graf. Pada tahap ini, model berbasis simpul digunakan untuk memodelkan jumlah dan pola komunikasi antarkomputer dalam jaringan. Setiap simpul direpresentasikan oleh sebuah node dalam graf, dan setiap komunikasi antara dua simpul direpresentasikan sebagai garis (*edge*) yang menghubungkan node tersebut. Bobot pada setiap edge menunjukkan frekuensi atau volume komunikasi antara dua simpul.

Dalam contoh perusahaan pertama, karena ada tiga divisi dengan 50 komputer yang masing-masing terhubung, topologi ini dapat dipecah menjadi tiga komunitas berdasarkan struktur divisi tersebut. Setiap komunitas merepresentasikan sebuah subgraf dalam jaringan yang terhubung secara kuat di dalamnya tetapi hanya memiliki sedikit koneksi ke komunitas lain melalui jembatan yang menghubungkan divisi. Dalam analisis penambangan graf, struktur komunitas ini sangat penting untuk mengidentifikasi titik-titik kritis dalam jaringan, di mana kegagalan satu simpul atau jembatan dapat berdampak besar pada keseluruhan jaringan.

Sebaliknya, pada perusahaan kedua, karena jaringan acak digunakan, komunitas tidak mudah teridentifikasi. Jaringan acak memiliki sifat di mana simpul-simpul tidak selalu membentuk kelompok-kelompok terorganisasi, melainkan terhubung berdasarkan peluang tertentu. Dalam kasus ini, analisis penambangan graf lebih difokuskan pada identifikasi simpul-simpul penting yang berfungsi sebagai hub atau simpul pusat yang menghubungkan banyak simpul lainnya. Simpul-simpul ini sering kali memiliki peran penting dalam menyebarkan informasi atau serangan siber, sehingga penting untuk diperhatikan dalam analisis risiko.

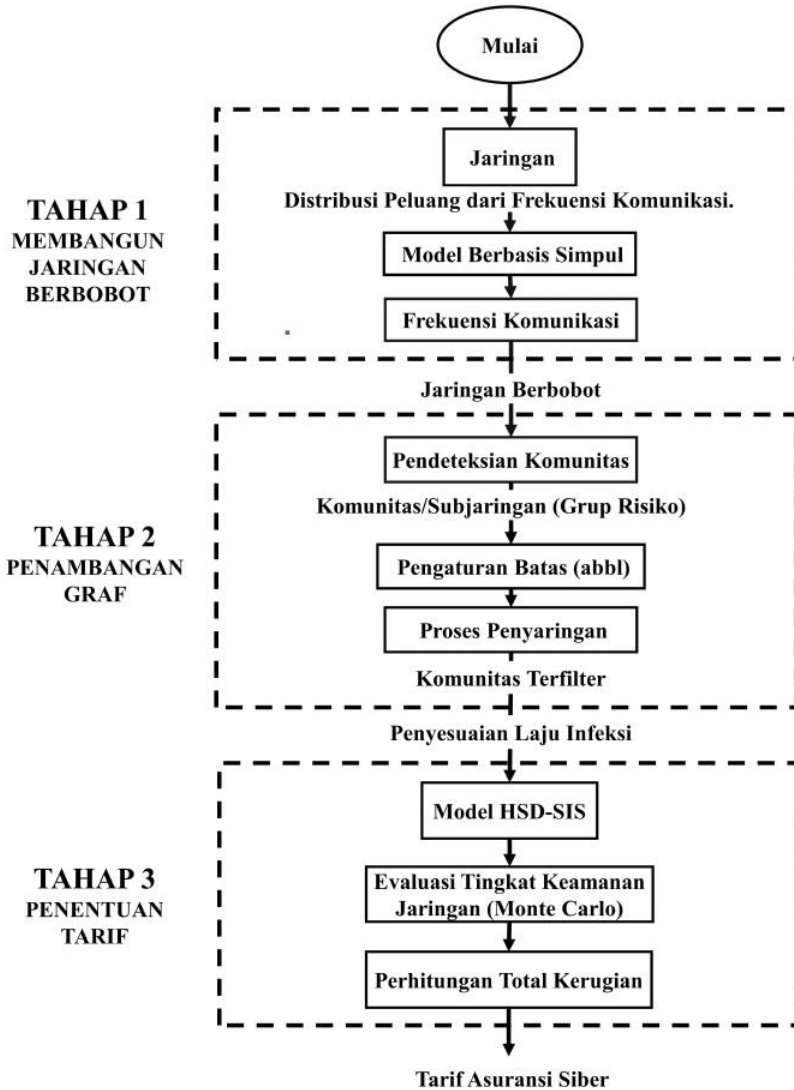
### 3. Penentuan Tarif

Tahap terakhir adalah penentuan tarif asuransi siber berdasarkan hasil dari penambangan graf. Dalam konteks ini, tarif ditentukan dengan mempertimbangkan:

- **Struktur jaringan:** Topologi jaringan sangat memengaruhi risiko serangan. Jaringan dengan banyak komunitas atau simpul yang saling terhubung dengan kuat mungkin memiliki risiko yang lebih rendah karena lebih mudah untuk mendeteksi dan mengisolasi serangan. Sebaliknya, jaringan acak yang memiliki simpul-simpul penting dapat lebih rentan, sehingga memerlukan tarif yang lebih tinggi untuk melindungi seluruh sistem.
- **Bobot komunikasi:** Simpul-simpul yang memiliki bobot komunikasi tinggi, yaitu sering berkomunikasi dengan simpul lain, mungkin memerlukan perlindungan tambahan karena berfungsi sebagai jalur utama untuk penyebaran informasi, termasuk potensi serangan siber.
- **Faktor evolusi jaringan:** Pada jaringan acak yang berkembang secara evolusioner, perlu dipertimbangkan bagaimana jaringan tersebut akan berubah seiring waktu. Jaringan yang tumbuh dengan cepat dan memiliki banyak simpul baru dapat meningkatkan risiko, sehingga tarif asuransi juga perlu disesuaikan.

Dengan menggunakan pendekatan ini, perusahaan asuransi dapat menetapkan tarif yang lebih akurat dan sesuai dengan risiko jaringan yang dihadapi oleh setiap perusahaan. Perusahaan yang memiliki jaringan yang lebih kompleks atau lebih rentan terhadap serangan siber mungkin akan dikenakan tarif yang lebih tinggi, sementara perusahaan dengan struktur

yang lebih terorganisir dan lebih terlindungi dapat memperoleh premi yang lebih rendah.



**Gambar 13** Proses penentuan premi/tarif menggunakan Pendekatan Penambangan Graf (PPG).

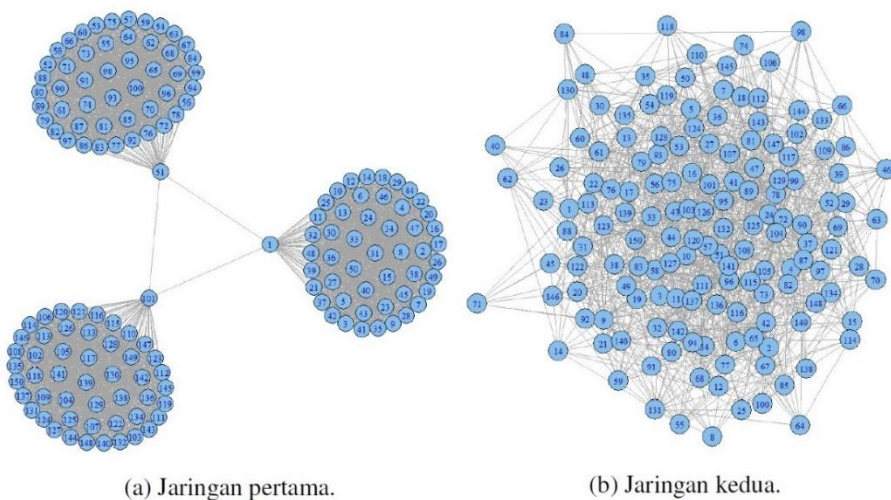
Kemudian, proses berkembang dengan sisi sukses yang melebihi nilai  $p$ . Dalam jaringan ini, prosedur telah dilakukan dengan menggunakan langkah-langkah berikut:

1. Menghasilkan graf berbobot. Dalam praktiknya, bobot sisi dapat dibentuk oleh data komunikasi. Kemudian, distribusi komunikasi dapat disesuaikan

dan disimulasikan menggunakan algoritma model berbasis simpul atau sisi pada Antonio, dkk. (2021b) untuk memprediksi risiko di masa depan.

2. Menemukan grup risiko. Untuk mengurangi ukuran jaringan, jaringan dipisahkan menjadi beberapa komunitas menggunakan pendeteksian komunitas.
3. Pengaturan dan pemfilteran ambang batas. Beberapa aktivitas atau kontak antarsimpul kecil. Kemudian, langkah ini mengecualikan rendahnya komunikasi di setiap komunitas.
4. Penilaian. Simulasi risiko infeksi dilakukan pada setiap komunitas setelah dilakukan proses penentuan ambang batas dan filtering. Kemudian, total premi atau tarif adalah total premi atau tarif di setiap komunitas.

Bobot komunikasi dibangun dengan model berbasis simpul (Antonio, dkk., 2021b) yang menggunakan analogi dari proses pembangunan jaringan berbobot pada analisis keranjang belanja (Videla-Cavieres dan R'ios, 2014). Perhatikan jaringan komputer perusahaan pertama dan perusahaan kedua, seperti terlihat pada Gambar 14. Pertama, model berbasis simpul membutuhkan distribusi jumlah komunikasi per hari dan jumlah simpul terlibat dalam setiap komunikasi dalam sehari.

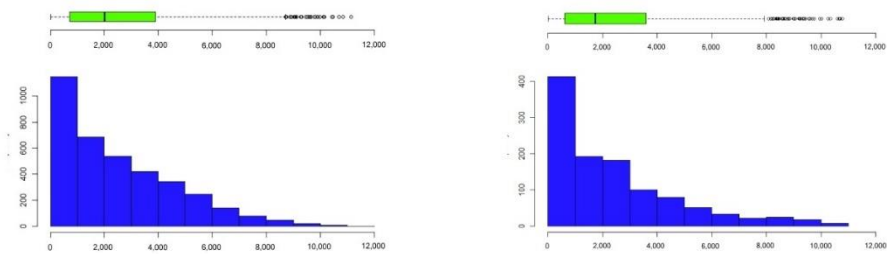


**Gambar 14** Struktur topologi untuk jaringan pertama dan kedua.

Kedua perusahaan menginginkan masa kontrak satu tahun sebesar  $T = 365$ . Biarkan jumlah komunikasi dan jumlah simpul terlibat dalam setiap komunikasi mengikuti distribusi Poisson dengan rerata  $\lambda_c$  dan  $\lambda_n$ . Nilai  $\lambda_c$  dan

$\lambda_n$  memengaruhi distribusi bobot komunikasi melalui sisi. Asumsikan bahwa, rata-rata, ada  $\lambda_c = 400$  komunikasi dalam jaringan dan setiap komunikasi melibatkan  $\lambda_n = 20$  simpul rata-rata untuk setiap hari.

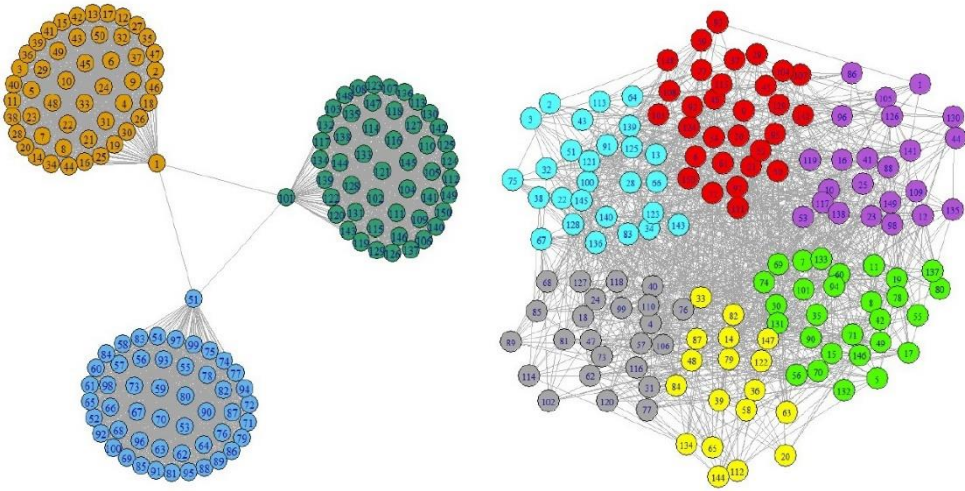
Gambar 15 menunjukkan distribusi masing-masing topologi. Berdasarkan hasil tersebut, jaringan pertama dengan 3.678 sisi memberikan 9.369.070 total komunikasi dalam jaringan. Sebaliknya, jaringan kedua dengan 1126 sisi menyediakan 2.756.208 total komunikasi dalam jaringan. Meskipun kedua jaringan memiliki jumlah simpul sama, yaitu 150, jumlah sisi secara dramatis memengaruhi total komunikasi pada jaringan. Gambar 15 juga menunjukkan banyaknya sambungan palsu atau sambungan dengan bobot kecil. Hasil ini menunjukkan bahwa model tersebut merepresentasikan banyak kasus nyata, yaitu tidak semua simpul berkomunikasi dengan intensitas tinggi, bahkan ada juga terhubung dengan komunikasi sangat jarang.



(a) Histogram komunikasi jaringan pertama. (b) Histogram komunikasi jaringan kedua.

**Gambar 15** Distribusi komunikasi untuk kontrak satu tahun mengikuti distribusi Poisson dengan  $\lambda_c = 400$  dan  $\lambda_n = 20$  dengan model berbasis simpul.

Setelah langkah sebelumnya memodelkan bobot jaringan, kini pendeteksian komunitas diperoleh dengan memaksimalkan modularitas untuk jaringan berbobot menggunakan algoritma Louvain. Gambar 16 menjelaskan hasil pendeteksian komunitas, yaitu terdapat tiga komunitas di jaringan pertama dan enam komunitas di jaringan kedua. Warna sama menunjukkan bahwa simpul berada dalam komunitas sama. Warna berbeda menyiratkan bahwa simpul berada di berbagai komunitas. Seperti telah dibahas sebelumnya, jaringan pertama terdiri dari tiga komunitas, dengan masing-masing kelompok terhubung ke jaringan lengkap.



(a) Jaringan pertama dengan tiga komunitas. (b) Jaringan kedua dengan enam komunitas.

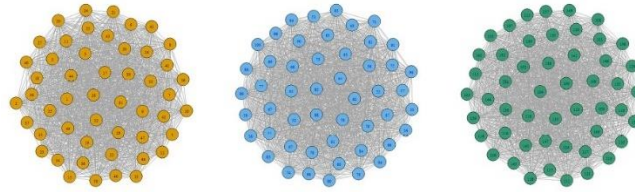
**Gambar 16** Pendeteksian komunitas dari jaringan berbobot untuk perusahaan pertama dan kedua menggunakan algoritma Louvain.

Selanjutnya, asumsikan bahwa setiap grup atau komunitas atau subgraf saling eksklusif. Gambar 17 menjelaskan masing-masing subnetwork dari jaringan pertama dan kedua. Modularitas maksimum adalah 0,666 untuk jaringan pertama dan 0,210 untuk komunitas kedua. Tiga subnetwork di jaringan pertama memiliki jumlah simpul sama, yaitu 50 simpul per komunitas. Sebaliknya, enam subjaringan di jaringan kedua memiliki jumlah simpul berbeda, yaitu 30,18,28,27,24, dan 23, berurutan dari komunitas pertama hingga keenam.

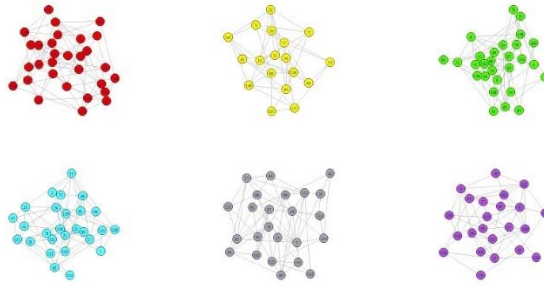
Gambar 18 memberikan hasil ambang batas untuk setiap komunitas di jaringan pertama dan kedua. Setiap komunitas di setiap jaringan memiliki ambang batas mendekati nilai maksimum. Ini menyebabkan hanya beberapa sisi memenuhi ambang batas. Ambang batas pada Gambar 18 memberikan nilai penurunan untuk ambang batas bobot terbesar tiga tertinggi (abbt), ambang batas bobot terbesar empat tertinggi (abbe), dan ambang batas bobot terbesar lima tertinggi (abb1). Jadi, dengan meningkatkan ambang rata-rata, nilai ambang batas yang diperoleh lebih luas, memungkinkan untuk memasukkan lebih banyak simpul. Berdasarkan hasil tersebut, abb1 dipilih untuk memberikan ambang batas lebih fleksibel dan menggunakan proses



penyaringan untuk menyesuaikan jumlah sisi dan jumlah simpul dalam kasus ini.



(a) Subgraf pada jaringan pertama.



(b) Subgraf dari jaringan kedua.

**Gambar 17** Subgraf atau subjaringan dari perusahaan pertama dan kedua.

Ambang Batas				
Jaringan	Komunitas	abbt	abbe	abbl
Pertama	1 (oranye)	10483,67	10144	9928
	2(biru terang)	10757,67	10543,25	10413,4
	3(hijau)	10082,33	10055,25	9964,0
Kedua	1 (merah)	8565,67	8520,00	8460,4
	2(kuning)	9462	8916	8532,6
	3(hijau)	9808,67	9263	8714
	4(biru terang)	9747,33	9294	8903
	5(abu-abu)	8453,33	8120,75	7786,4
	6(ungu)	7192,67	6749	6473,6

**Gambar 18** Ambang batas komunikasi untuk setiap komunitas dari jaringan pertama dan kedua.

Untuk langkah penyaringan, perhatikan proporsi ambang batas yang telah ditentukan sebelumnya. Pertimbangkan

$$filter = \bar{p}.abbl$$

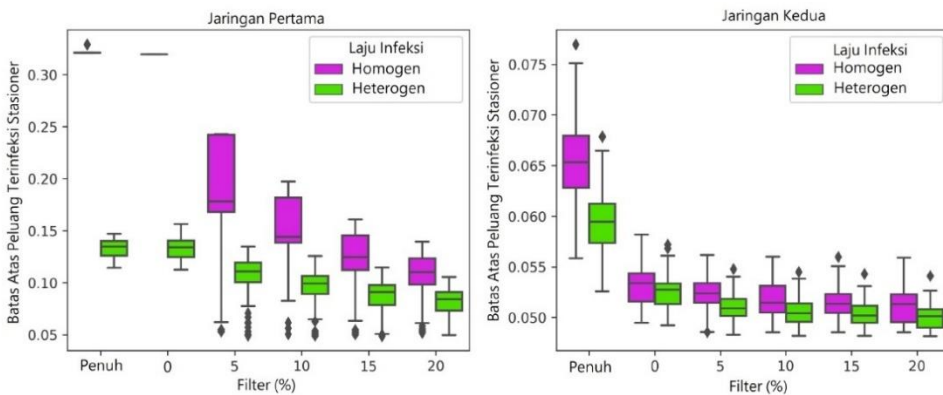
Dengan  $\bar{p}$  adalah himpunan proporsi  $\{0,05; 0,1; \dots; 0,95; 1\}$ . Jika pemilihan proporsi filter besar, lebih sedikit simpul dan sisi terlibat di dalamnya. Oleh karena itu, perlu dipertimbangkan pemilihan filter yang baik untuk menghapus sisi palsu, tetapi tidak terlalu banyak untuk menghilangkan koneksi pada jaringan. Hubungan antara jumlah simpul dan jumlah sisi pada jaringan pertama memiliki pola sama, meskipun komunitas pada jaringan kedua memiliki pola berbeda. Pola ini tergantung pada struktur sisi dan bobotnya pada masing-masing komunitas, yaitu ketiga komunitas pada jaringan pertama memiliki struktur serupa.

Sebagai penyesuaian, bobot tersebut dibagi 365 untuk mendapatkan rata-rata komunikasi per hari. Selanjutnya,  $\beta_{uv}$  untuk  $u, v = 1, 2, \dots, N$  diterapkan menggunakan fungsi sigmoid positif. Pertimbangkan  $(b, d, \gamma, \varphi) = (0,02; 0,01; 0,05; 1)$ , untuk  $v = 1, 2, \dots, N$ , parameter ini dipilih berdasarkan asumsi bahwa waktu rata-rata satu simpul untuk menginfeksi tetangganya melalui sisi adalah antara 50 hingga 100 hari dan  $n_{sim} = 1000$ . Waktu rata-rata sampai satu simpul terinfeksi sendiri adalah 20 hari. Waktu perbaikan rata-rata adalah satu hari.  $b$  dan  $d$  adalah laju infeksi maksimum dan minimum untuk semua simpul. Asumsikan bahwa parameter  $w_v$  untuk kekayaan unit komputer adalah 2000 dan mengikuti pola profil merah, yaitu sebagian besar kerugian terjadi antara 0 dan 1000 dengan parameter  $a = 2, b = 5$ , dan  $c = 0,7$ . Misalkan nilai parameter untuk fungsi biaya linear  $(\psi, \psi_1, \psi_2)$  sama dengan  $(0,01, 5 \times 10^{-6}, 2 \times 10^{-5})$ . Untuk menunjukkan pentingnya hasil, dipertimbangkan beberapa kondisi. Kondisi tersebut adalah:

- a. Jaringan penuh tanpa PPG (tanpa deteksi dan pemfilteran komunitas).
- b. Dengan PPG (menggunakan deteksi dan pemfilteran komunitas). Dalam hal ini, persentase filter adalah 0% (tanpa filter), 5%, 10%, 15%, dan 20%. Persentase maksimum ditetapkan pada 20% untuk menghindari terlalu banyak sisi yang tidak dipertimbangkan dalam simulasi mengarah ke perkiraan terlalu rendah.

Ketiga kondisi tersebut dilakukan pada laju infeksi homogen ( $\phi$ -SIS) dan heterogen (HSD-SIS). Kasus homogen menggunakan laju infeksi 0,02. Angka Gambar 19 dan Gambar 20 menunjukkan hasil untuk batas atas probabilitas stasioner dan premi simpul untuk kasus tanpa dan dengan PPG. Selain itu, angka Gambar 21 dan Gambar 22 menggambarkan total premi dan simpul tercakup dalam setiap skenario. Keempat angka ini dapat membantu menjelaskan beberapa dampak pada batas atas, premi, dan total premi.

Gambar 19-Gambar 21 menunjukkan hasil proses filter sampai batas atas, estimasi premi, dan total premi untuk jaringan pertama dan kedua. Temuan batas atas probabilitas infeksi untuk model HSD-SIS menggunakan Teorema 1 mengikuti pola sama dengan hasil simulasi premi. Akibatnya, batas atas probabilitas infeksi ini dapat digunakan untuk memperkirakan premi. Pada jaringan pertama, semua hasil menunjukkan penurunan signifikan dari batas atas, premi, dan total premi. Hasil ini menunjukkan bahwa meskipun kepadatan jaringan pertama tinggi, banyak simpul tidak berkomunikasi secara aktif.

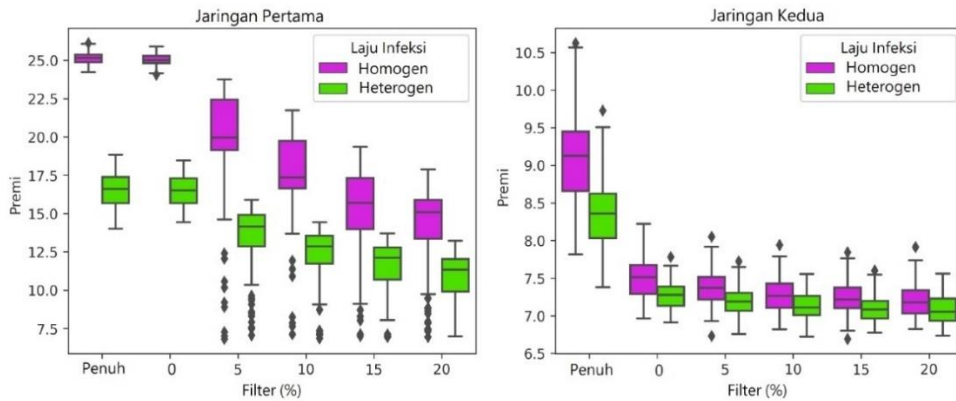


**Gambar 19** b.a.p stasioner dari simpul berdasarkan filter dan kondisi laju infeksi pada jaringan pertama dan kedua dengan dua kasus untuk laju infeksi homogen dan heterogen, yaitu tanpa PPG (Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter 0%, 5%, 10%, 15% and 20%).

Sebaliknya, penurunan batas atas, premi dan total premi untuk setiap persentase filter tidak signifikan secara statistik di jaringan kedua dengan kepadatan sangat rendah. Dengan memilih risiko ini, premi atau tarif yang dihasilkan lebih realistis. Jaringan pertama lebih dari tiga kali lebih padat (3678 sisi) daripada jaringan kedua (1126 sisi). Jadi, pada jaringan dengan kepadatan rendah, efek filter pada batas atas, premi, dan total premi tidak terlalu terlihat.

Pendekatan analisis risiko siber menggunakan filter pada jaringan komunikasi memberikan wawasan menarik terkait hubungan antara **modularitas jaringan** dan premi asuransi siber. Dalam penelitian ini, dua jaringan dengan topologi berbeda—yang satu dengan modularitas tinggi dan yang lainnya dengan modularitas rendah—telah dianalisis untuk memahami

bagaimana pemfilteran dan pendeteksian komunitas memengaruhi hasil perhitungan premi.



**Gambar 20** Premi dari simpul berdasarkan filter dan kondisi laju infeksi pada jaringan pertama dan kedua dengan dua kasus untuk laju infeksi homogen dan heterogen yaitu tanpa PPG(Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter 0%, 5%, 10%, 15% and 20%)

Pada kondisi tanpa filter (filter 0%), premi asuransi dihitung berdasarkan seluruh jaringan tanpa adanya reduksi pada simpul atau hubungan antarsimpul. Dalam hal ini, identifikasi komunitas menjadi faktor utama yang memengaruhi perhitungan premi, karena jaringan dengan komunitas yang teridentifikasi dengan baik lebih stabil dan terstruktur, yang secara langsung berdampak pada pengurangan risiko serangan siber.

Untuk jaringan pertama, yang memiliki modularitas 0,666, hasil perhitungan premi menunjukkan bahwa jaringan ini menghasilkan hasil yang sangat sebanding dengan jaringan lengkap, di mana tidak ada deteksi komunitas atau filter yang diterapkan. Modularitas yang tinggi menandakan bahwa jaringan ini memiliki struktur komunitas yang kuat, di mana simpul-simpul di dalam komunitas lebih terhubung satu sama lain daripada dengan simpul-simpul di komunitas lain. Struktur ini membantu dalam mengisolasi serangan dan membatasi penyebaran kerusakan ke bagian lain dari jaringan, sehingga premi tetap rendah meskipun tanpa filter.

Sebaliknya, pada jaringan kedua, dengan modularitas 0,210, penerapan filter 0% menghasilkan penurunan premi yang signifikan dibandingkan dengan jaringan pertama. Modularitas rendah menunjukkan bahwa jaringan ini kurang terorganisir, dengan sedikit komunitas yang teridentifikasi dan

lebih banyak koneksi antar komunitas. Akibatnya, ketika filter tidak diterapkan, jaringan kehilangan banyak koneksi antar komunitas, yang menurunkan cakupan simpul dan, secara otomatis, premi asuransi. Pengurangan koneksi antarkomunitas ini mengurangi risiko penyebaran serangan siber, tetapi juga menunjukkan bahwa jaringan ini lebih rentan karena kurangnya struktur komunitas yang kuat.

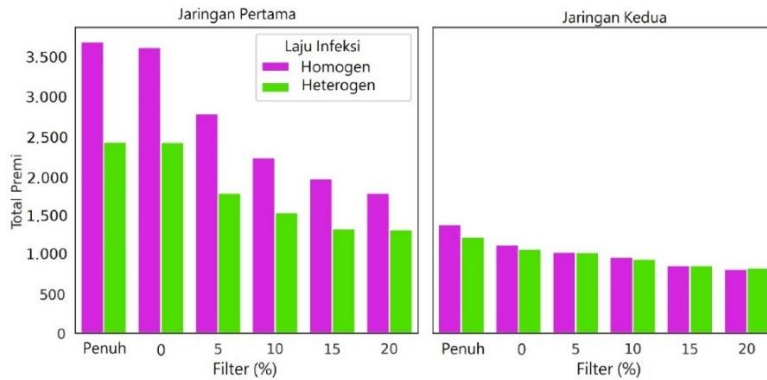
**Pengaruh Modularitas dalam Pendeteksian Komunitas:** Dari hasil tersebut, dapat disimpulkan bahwa pendeteksian komunitas lebih efektif pada jaringan dengan modularitas tinggi, yakni lebih dari 0,6. Pada jaringan seperti ini, pengurangan premi terjadi seiring dengan pengurangan cakupan simpul yang signifikan karena pendeteksian komunitas memungkinkan pemisahan simpul-simpul berisiko tinggi dari simpul-simpul lainnya. Sebaliknya, pada jaringan dengan modularitas rendah, pendeteksian komunitas tidak memberikan manfaat yang sebesar pada jaringan modularitas tinggi karena struktur jaringan yang tidak cukup terorganisir untuk mendukung isolasi serangan secara efisien.

**Pengaruh Filter Terhadap Premi:** Selanjutnya, Gambar 22 menggambarkan dampak penggunaan filter pada jaringan. Ketika filter 20% diterapkan, jumlah simpul yang tercakup menurun secara signifikan. Pada jaringan pertama, hanya 128 simpul yang tercakup, sementara pada jaringan kedua, 120 simpul masih aktif dalam jaringan. Penurunan cakupan simpul ini sejalan dengan penurunan premi asuransi, yang terjadi lebih cepat daripada penurunan jumlah simpul yang dicakup. Fenomena ini menunjukkan bahwa pengurangan risiko siber, yang tercermin dalam penurunan premi, lebih responsif terhadap pengurangan jumlah simpul yang terhubung dalam jaringan.

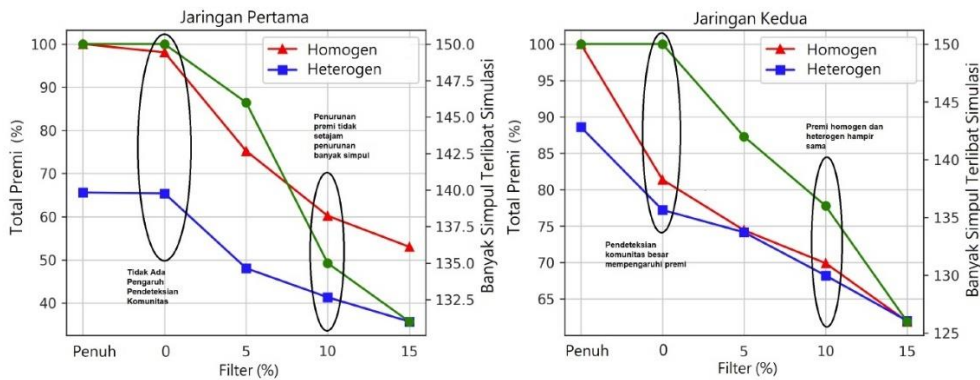
Namun, penerapan filter yang terlalu besar dapat menyebabkan perkiraan premi yang terlalu rendah, di mana perusahaan asuransi mungkin tidak cukup memperhitungkan risiko residual yang masih ada dalam jaringan. Oleh karena itu, penting bagi pemegang polis untuk menyesuaikan tingkat filter yang mereka pilih sesuai dengan kapasitas mereka untuk membayar premi dan perlindungan yang diinginkan.

Dapat disimpulkan pendekatan ini menawarkan fleksibilitas bagi pemegang polis untuk memilih seberapa besar bagian jaringan mereka yang ingin mereka cakup dalam kontrak asuransi, berdasarkan jumlah simpul dan

tingkat komunikasi yang terjadi di jaringan tersebut. Filter yang lebih besar dapat mengurangi premi secara signifikan, tetapi pada saat yang sama, juga mengurangi cakupan jaringan, sehingga penting bagi perusahaan untuk menyeimbangkan antara cakupan risiko dan kemampuan membayar premi.



**Gambar 21** Perbandingan total premi homogen dan total premi heterogen pada jaringan pertama dan kedua untuk kasus tanpa PPG(Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter 0%, 5%, 10%, 15% and 20%).



**Gambar 22** Perbandingan total premi homogen ( merah), premi heterogen (biru ) dan banyak simpul terlibat simulasi (hijau) pada jaringan pertama dan kedua PPG (Penuh), dan dengan PPG (menggunakan filter (0%, 5%, 10%, 15% and 20%)).

Perbandingan antara model  $\phi$ -SIS dan HSD-SIS yang digunakan oleh Xu dan Hua (2019) memberikan wawasan penting terkait dampak laju infeksi heterogen terhadap perhitungan premi asuransi siber. Dalam konteks model HSD-SIS (Heterogeneous Spread Disease-Susceptible-Infectious-Susceptible), laju infeksi berbeda-beda di setiap simpul, yang berarti bahwa setiap komputer atau simpul dalam jaringan memiliki tingkat kerentanan dan

penyebaran infeksi yang berbeda. Hal ini menjadi kontras dengan model  $\phi$ -SIS yang menggunakan laju infeksi yang seragam atau homogen di seluruh jaringan.

Hasil Perbandingan Model: Hasil simulasi yang disajikan dalam Gambar 19-Gambar 21 menunjukkan bahwa penggunaan laju infeksi heterogen menghasilkan premi asuransi siber yang lebih rendah dibandingkan dengan model laju infeksi homogen. Hal ini terlihat pada tiga indikator utama yang diukur, yaitu batas atas peluang infeksi, premi individu, dan total premi. Penggunaan model heterogen mampu memprediksi lebih akurat risiko infeksi karena mempertimbangkan perbedaan karakteristik tiap simpul.

1. Batas atas peluang infeksi: Model HSD-SIS menghasilkan batas atas yang lebih rendah karena sifat heterogen jaringan membuat infeksi tidak menyebar dengan mudah ke semua simpul. Beberapa simpul mungkin memiliki laju infeksi yang lebih lambat, sehingga mereka lebih mampu bertahan dari serangan atau penyebaran infeksi.
2. Premi individu: Premi yang dihitung berdasarkan laju infeksi heterogen lebih rendah karena risiko pada jaringan tidak lagi dianggap seragam. Beberapa simpul memiliki tingkat risiko lebih rendah, sehingga premi yang harus dibayar untuk melindungi simpul-simpul tersebut juga lebih rendah.
3. Total premi: Total premi asuransi untuk seluruh jaringan juga mengalami penurunan yang signifikan ketika laju infeksi heterogen dipertimbangkan. Ini menunjukkan bahwa dengan mengadopsi pendekatan heterogen, perusahaan asuransi dapat memberikan premi yang lebih realistis dan efisien berdasarkan risiko spesifik dari setiap simpul dalam jaringan.

Dampak Kepadatan Jaringan: Pengaruh laju infeksi heterogen juga berbeda bergantung pada kepadatan jaringan. Seperti dalam skenario filter, di mana pengurangan simpul yang dicakup menyebabkan penurunan premi, kepadatan jaringan juga memainkan peran penting dalam model dengan laju infeksi heterogen. Dalam jaringan dengan kepadatan tinggi—yaitu jaringan dengan banyak simpul yang saling terhubung secara intens—perbedaan laju infeksi antar simpul menjadi lebih signifikan. Sebaliknya, dalam jaringan dengan kepadatan rendah, perbedaan laju infeksi tidak berdampak sebesar di jaringan yang lebih padat, karena koneksi antarsimpul lebih jarang terjadi.

Pada jaringan pertama, yang memiliki kepadatan tinggi, penggunaan model HSD-SIS menyebabkan penurunan total premi yang lebih besar, yaitu sebesar 35,6%, dibandingkan dengan jaringan kedua yang memiliki kepadatan lebih rendah, di mana premi hanya turun sebesar 22,77%. Hal ini menunjukkan bahwa keuntungan utama dari model laju infeksi heterogen terlihat lebih jelas di jaringan yang memiliki banyak simpul yang terhubung erat, di mana perbedaan antar simpul dalam hal penyebaran infeksi memiliki dampak yang lebih signifikan.

Pengaruh Tanpa Penyaringan (Filter 0%): Pada kondisi tanpa penyaringan (filter 0%), perbedaan antara laju infeksi heterogen dan homogen semakin terlihat jelas. Pada jaringan dengan modularitas dan kepadatan tinggi, penerapan laju infeksi heterogen berhasil mengurangi total premi secara signifikan. Ini terjadi karena jaringan dengan modularitas tinggi lebih tersegmentasi ke dalam komunitas-komunitas yang berbeda, sehingga infeksi cenderung terlokalisasi di dalam komunitas tertentu dan tidak menyebar dengan mudah ke seluruh jaringan. Sebaliknya, pada jaringan dengan modularitas rendah, infeksi menyebar lebih merata, dan perbedaan laju infeksi antarsimpul tidak memberikan dampak yang sebesar pada jaringan dengan struktur komunitas yang lebih kuat.

Berdasarkan perbandingan ini, model laju infeksi heterogen (HSD-SIS) lebih efektif untuk diterapkan pada jaringan dengan kepadatan tinggi dan modularitas tinggi, di mana perbedaan antar simpul dalam hal risiko penyebaran infeksi dapat diukur dan dipertimbangkan dalam perhitungan premi. Penurunan premi sebesar 35,6% pada jaringan pertama menegaskan manfaat besar dari penggunaan model heterogen dalam konteks jaringan padat, sedangkan pada jaringan kedua yang lebih jarang, penurunan premi sebesar 22,77% juga menunjukkan bahwa model ini tetap memberikan keuntungan dibandingkan model homogen, meskipun dengan skala yang lebih kecil.

Pendekatan ini memberikan fleksibilitas bagi perusahaan asuransi dalam menentukan premi yang lebih sesuai dengan struktur jaringan dan risiko spesifik dari simpul-simpul di dalam jaringan, yang pada akhirnya akan menghasilkan perhitungan premi yang lebih efisien dan adil bagi pemegang polis.



## 4 PENUTUP

Ilmu pengetahuan berperan sangat penting dalam memberikan kontribusi nyata bagi perkembangan industri. Melalui penjelasan mengenai masalah invers klasik dan statistik, serta berbagai penerapannya dalam industri seperti Asuransi dan Keuangan, Pertambangan, Kesehatan, dan Biologi, saya ingin menekankan bahwa masalah-masalah kompleks dalam dunia nyata dapat dipecahkan dengan pendekatan ilmiah yang tepat.

Pendekatan berbasis teorema Bayes, yang melibatkan proses Gauss dan Gaussian Copula, telah membuka peluang baru dalam pengambilan keputusan yang lebih akurat. Meskipun metode ini memiliki keunggulan yang jelas, keterbatasan-keterbatasannya juga memacu kita untuk terus melakukan inovasi dan penelitian lebih lanjut.

Penerapan metode-metode tersebut dalam berbagai sektor industri menunjukkan bagaimana teori statistik dapat diadaptasi dan dikembangkan menjadi solusi yang berdampak besar. Penelitian-penelitian yang telah saya lakukan, mulai dari klasifikasi gambar di teknologi citra, rekonstruksi distribusi hama di industri sawit, hingga penentuan premi asuransi siber, menjadi bukti nyata bahwa pengembangan ilmu tidak hanya berhenti di ranah akademis, tetapi juga menjadi pijakan penting dalam memecahkan masalah-masalah praktis.

Akhirnya, saya mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah mendukung perjalanan akademik dan penelitian saya. Semoga buku ini dapat menjadi inspirasi dan referensi bagi para akademisi, praktisi, dan pengambil keputusan di berbagai bidang industri. Dengan terus menghubungkan teori dan praktik, saya yakin kita dapat memberikan kontribusi yang lebih besar lagi bagi masa depan yang lebih baik.



## 5 UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis sepenuhnya menyadari bahwa pencapaian jabatan Guru Besar ini bukanlah puncak dari perjalanan, melainkan awal dari tanggung jawab yang lebih besar untuk terus berkarya dalam dunia akademik dan penelitian. Sebagai seorang akademisi, penulis merasa terpanggil untuk berperan dalam membimbing generasi muda agar mampu berinovasi berdasarkan ilmu pengetahuan yang solid dan dapat berkontribusi pada kesejahteraan masyarakat luas.

Capaian ini tentu bukanlah hasil dari usaha penulis sendiri, melainkan buah dari kerja sama dan dukungan yang diberikan oleh banyak pihak. Oleh karena itu, dengan penuh rasa hormat dan syukur, penulis menyampaikan terima kasih yang mendalam kepada Rektor dan seluruh jajaran pimpinan ITB, pimpinan dan anggota Senat Akademik ITB, pimpinan dan anggota Forum Guru Besar ITB, serta Dekan dan seluruh jajaran pimpinan FMIPA. Ucapan terima kasih juga ditujukan kepada staf administrasi, tenaga kependidikan, serta seluruh kolega dan mahasiswa yang telah turut membantu dan mendukung kelancaran proses ini. Dukungan mereka menjadi pendorong utama dalam perjalanan menuju pencapaian ini.

Penulis ucapkan terima kasih yang tak terhingga untuk Bapak yang telah berpulang Y. Sutoyo dan Ibu M.G. Suwatni serta Bapak (Alm.) dan Ibu mertua C. Suharyo dan W. Djunasih atas segala motivasi, dukungan, dan doa tulus yang telah diberikan hingga tercapainya gelar tertinggi ini.

Penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang mendalam kepada para guru yang telah mendedikasikan waktunya untuk mendidik dan berbagi ilmu pengetahuan sejak masa kanak-kanak hingga pendidikan tinggi. Setiap langkah pendidikan yang penulis lalui, mulai dari TK St. Melania Bandung, SD St. Melania Bandung, SMP St. Aloysius Bandung, hingga SMA St. Aloysius Bandung, telah menjadi fondasi penting bagi perjalanan akademik ini. Ucapan terima kasih khusus juga ditujukan kepada Prof. Edy Tri Baskoro yang telah membimbing penulis selama S-1, almarhum S.M. Baas yang menjadi pembimbing S-2, serta Prof. Alexander G. Ramm, pembimbing S-3, yang dengan penuh kesabaran dan wawasan telah membantu penulis mencapai puncak akademik ini. Peran dan bimbingan mereka semua telah membentuk dan memperkaya perjalanan intelektual yang tidak ternilai harganya.

Penulis juga ingin menyampaikan rasa terima kasih yang sebesar-besarnya kepada para pemberi rekomendasi yang telah berperan penting dalam perjalanan akademik ini. Terima kasih yang tulus penulis haturkan kepada Prof. Udjianna S. Pasaribu (FMIPA ITB), Prof. Dr. Asep K. Supriatna (Universitas Padjadjaran), Prof. Edy Soewono (FMIPA ITB), Prof. M. Salman A.N. (FMIPA ITB), Prof. Husaini Ardy (FTMD ITB), Prof. Kadarsah Suyadi (FTI ITB), Prof. Ir. Bermawi P. Iskandar, M.Sc., Ph.D. (FTI ITB), Prof. Yap Bee Wah (UNITAR, Malaysia), dan Prof. Alexander G. Ramm (Kansas State University, USA). Dukungan dan kepercayaan yang mereka berikan melalui rekomendasi tersebut tidak hanya membantu penulis dalam pencapaian akademik ini, tetapi juga memberikan motivasi dan keyakinan untuk terus melangkah maju. Setiap rekomendasi yang mereka berikan merupakan bukti kepercayaan atas kompetensi penulis, dan untuk itu penulis merasa sangat terhormat. Semoga kebaikan dan bimbingan mereka menjadi inspirasi untuk melanjutkan dedikasi di dunia akademik dan penelitian.

Terima kasih juga penulis sampaikan untuk Dekan FMIPA beserta jajarannya, semua kolega dosen dan tenaga kependidikan di Komunitas Matematika ITB terutama kepada para kepala program studi Prof. N. Nuraini (S-1 Matematika), Prof. N. Sumarti (S-1 Aktuaria), Dr. U. Mukhaiyar (S-2 dan S-3 Matematika), dan Dr. M. Apri (S-2 Aktuaria dan S-2 Pengajaran Matematika) yang telah memberikan dukungan yang penuh semangat.

Penulis ingin mengungkapkan rasa syukur dan terima kasih yang sebesar-besarnya atas dukungan luar biasa yang diberikan oleh seluruh anggota Kelompok Keilmuan Statistika. Ucapan terima kasih yang tulus penulis sampaikan khususnya kepada Prof. Udjianna S. Pasaribu, yang dengan penuh semangat dan kesabaran terus memberikan dukungan tanpa henti serta menghadirkan berbagai pengalaman baru yang berharga. Tak lupa, apresiasi mendalam juga diberikan kepada bu Dr. Kurnia N. Sari, bu Dr. Utriweni M., bu Yuli S. Afriani, Dr. Adilan W. Mahdiyasa, Dr. Sandy Vantika, Dr. Dumaria R. Tampubolon dan Prof. Khreshna I.A. Syuhada yang selalu siap membantu dalam setiap kesempatan, baik dalam hal bimbingan, kolaborasi, dan senantiasa mendukung kemajuan program S-1 Matematika, S-1 Aktuaria, S-2 Matematika, S-2 Pengajaran Matematika serta S-2 Aktuaria, dengan dedikasi yang luar biasa.

Penulis ingin menyampaikan rasa terima kasih yang mendalam kepada kolega-kolega industri yang telah memberikan dukungan dan kesempatan berharga dalam pelaksanaan ide-ide inovatif. Ucapan terima kasih yang tulus ditujukan kepada:

- **PT Astra Agro Lestari Tbk**, yang telah memungkinkan eksplorasi ide-ide baru dalam industri kelapa sawit, memberikan dukungan dan fasilitas yang memungkinkan implementasi inovasi yang berfokus pada efisiensi dan keberlanjutan.
- **PT Reasuransi Indonesia Utama (Indonesia Re)**, yang telah memberikan kesempatan bagi penulis untuk menerapkan konsep-konsep baru dalam industri asuransi khususnya reasuransi, berkontribusi pada pengembangan solusi yang lebih baik dan lebih terintegrasi untuk tantangan risiko yang dihadapi.

Dukungan dari perusahaan-perusahaan ini telah memungkinkan penulis untuk mewujudkan ide-ide yang dapat mendorong kemajuan dan inovasi dalam industri di Indonesia. Terima kasih atas kepercayaan, kerja sama, dan kesempatan yang telah diberikan.

Penulis juga merasa sangat berterima kasih kepada mahasiswa-mahasiswa S-1, S-2, dan S-3 yang telah memberikan banyak bantuan, baik dalam persiapan kelengkapan guru besar maupun dalam riset sebagai kolaborator. Terima kasih khusus diberikan kepada Dr. Seli S. Sholihat, Dr. Yeftanus A., Dr. Mokhammad R. Yudhanegara, dan Dr. Sri Winarni, yang telah memberikan kontribusi yang tidak ternilai dalam berbagai kolaborasi penelitian. Peran serta mereka tidak hanya membantu penulis secara profesional, tetapi juga memberikan semangat untuk terus berinovasi dan berkontribusi dalam bidang penelitian. Semoga kerja sama ini dapat terus berlanjut dan memberikan manfaat bagi perkembangan ilmu pengetahuan dan pendidikan.

Penulis juga ingin mengucapkan rasa terima kasih yang mendalam kepada keluarga tercinta yang selalu memberikan dukungan, doa, dan kebersamaan yang tak ternilai sepanjang perjalanan ini. Ucapan terima kasih dengan penuh rasa syukur penulis sampaikan kepada Mbakku C. Endang Lenggonoewati dan Masku Sentot, Masku Harimawan Broto dan Mbakku Novita K., Mbakku R. Ruri Tresnawati dan Masku Nicolaus Tiba, Mbakku C. K. Setyo Wardani dan Masku Made Mahardika, serta kepada adik tersayangku, Hendrikus Nugroho

(Alm.). Kehadiran mereka semua menjadi sumber kekuatan yang tidak tergantikan. Selain itu, penulis juga berterima kasih kepada adik-adik dari istri tercinta: Erik Rismawan, Adi Juanda, dan Ira Rahmawati, yang selalu memberikan semangat dan perhatian. Terima kasih juga ditujukan kepada keluarga besar Joyosuwito: Omku T. Sutanto, Tanteku Tatiek, Dhunung dan Anti, Punjung, Pumpung dan Fani, Riri dan Hengki, keluarga besar Noyodimedjan, Keluarga besar Surolaksono, keluarga besar Djaedi, keluarga besar Hasan Husein, dan keluarga besar Harun yang senantiasa memberikan dukungan moril dan spiritual. Kepada para keponakan dan adik-adik di keluarga besar, penulis mengucapkan terima kasih atas kebersamaan yang hangat serta doa-doa yang tulus. Dukungan keluarga tidak hanya memberikan ketenangan hati, tetapi juga menjadi pondasi kokoh dalam perjalanan hidup dan akademik penulis. Semoga rasa syukur ini dapat terbalas melalui karya dan dedikasi yang bermanfaat bagi banyak orang.

Akhirnya, dengan penuh cinta dan rasa syukur, penulis ingin menyampaikan terima kasih yang paling dalam kepada istri tercinta, Ida Widianingsih, yang dengan setia mendampingi setiap langkah penulis. Istriku, engkau adalah sumber kekuatan dan pelita di setiap perjalanan, selalu memberikan dukungan tanpa henti, doa yang tulus, serta semangat yang tak pernah pudar, bahkan di saat-saat paling sulit. Kehadiranmu menjadi pondasi kokoh bagi penulis untuk terus berkarya. Ucapan terima kasih yang sama besarnya juga penulis tujukan kepada anak-anakku tersayang, Raditya Aryanatha Indratno dan Danika Kirana Indratno. Keceriaan, cinta, dan kebahagiaan yang kalian bawa ke dalam kehidupan keluarga telah memberikan penulis inspirasi yang tiada tara. Setiap senyuman, tawa, dan semangat yang kalian tunjukkan menjadi dorongan kuat bagi penulis untuk terus berusaha, tidak hanya untuk mencapai gelar ini, tetapi juga untuk menjadi contoh yang baik bagi kalian. Tanpa kalian, pencapaian ini tidak akan pernah terasa lengkap. Terima kasih telah menjadi cahaya dalam hidup penulis, memberikan makna yang mendalam dalam setiap langkah, dan selalu mendukung dengan penuh cinta. Kalian adalah alasan penulis terus maju, dan keberhasilan ini adalah untuk kita semua.

# DAFTAR PUSTAKA

- L. Csato and M. Opper, "Sparse on-line Gaussian processes," *Neural Computation*, vol. 14, no. 3, pp. 641–668, 2002.
- Rasmussen, C.E. (2004). *Gaussian Processes in Machine Learning*. In: Bousquet, O., von Luxburg, U., Rätsch, G. (eds) *Advanced Lectures on Machine Learning. ML 2003. Lecture Notes in Computer Science()*, vol 3176. Springer, Berlin, Heidelberg.
- Tarantola, A. *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Siam, 2005.
- A. G. Ramm. *Inverse problems*. Springer, New York, 2005.
- J. Quiñero-Candela and C. E. Rasmussen, "A unifying view of sparse approximate Gaussian process regression," *Journal of Machine Learning Research*, vol. 6, no. Dec, pp. 1939–1959, 2005.
- C. E. Rasmussen & C. K. I. Williams. *Gaussian Processes for Machine Learning*. The MIT Press, 2006.
- E. Snelson and Z. Ghahramani, "Sparse Gaussian processes using pseudo-inputs," in *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2006, pp. 1257–1264.
- Wilkinson, D. J. Bayesian methods in bioinformatics and systems biology, *Briefings in Bioinformatics*, Volume 8, Issue 2, March 2007, Pages 109–116
- A. G. Ramm. *Dynamical Systems Method for solving operator equations*. Elsevier, Amsterdam, 2007
- Canova, Fabio. *Methods for Applied Macroeconomic Research*. Princeton University Press, 2007. *JSTOR*.
- E. L. Snelson, "Flexible and efficient Gaussian process models for machine learning," Ph.D. dissertation, University College London, 2008.
- S.W. Indratno and A.G. Ramm. An iterative method for solving Fredholm integral equations of the first kind. *International Journal of Computing Science and Mathematics*, Vol.2, No. 4, 2009a.

- S.W. Indratno and A.G. Ramm. Inversion of the Laplace Transform from the Real Axis Using an Adaptive Iterative Method, *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences*, 2009b.
- Jaimungal, S., Ng, E.K.H. (2009). Kernel-Based Copula Processes. In: Buntine, W., Grobelnik, M., Mladenić, D., Shawe-Taylor, J. (eds) *Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases. ECML PKDD 2009. Lecture Notes in Computer Science()*, vol 5781. Springer, Berlin, Heidelberg.
- M. K. Titsias, “Variational learning of inducing variables in sparse Gaussian processes,” in *Artificial Intelligence and Statistics*, 2009, pp. 567–574.
- E.K.H. Ng. Kernel-Based Copula Processes. PhD thesis, Waterloo University, 2010.
- Damianou, A. and Lawrence, N. D.. Deep Gaussian Processes. In Carvalho, C. M. and Ravikumar, P., editors, *Proceedings of the Sixteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, volume 31 of *Proceedings of Machine Learning Research*, pages 207–215, Scottsdale, Arizona, USA. PMLR, 2013.
- Damianou, A. Deep Gaussian Processes and Variational Propagation of Uncertainty. PhD thesis, University of Sheffield, 2015.
- J. Hensman, N. Fusi, and N. D. Lawrence, “Gaussian processes for big data,” in *Uncertainty in Artificial Intelligence*, 2013, pp. 282–290.
- Eling, M., & Schnell, W. What do we know about cyber risk and cyber risk insurance? *Journal of Risk Finance*, 2016
- Raissi, M., Babaei, H. & Karniadakis, G.E. Parametric Gaussian process regression for big data. *Comput Mech* **64**, 409–416 (2019).
- Luo G, Zhao N, Jiang W, Hui ES, Cao P. MRI reconstruction using deep Bayesian estimation. *Magn Reson Med*. 2020 Oct;84(4):2246-2261.
- J. Pai, Y. Li, A. Yang, and C. Li. Earthquake parametric insurance with Bayesian spatial quantile regression. *Insurance: Mathematics and Economics*. Volume 106, 1-12, 2022.
- H. Hendarjanti & S.W.Indratno. The Use of Pest Mobile Application for Optimizing the Sustainability Support of Pest Management in Oil Palm Plantation. 2023 *IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci.* **1131** 012019.



- Antonio, Y. dan Indratno, S. W. (2021): Cyber Insurance Rate Making Based on Markov Model for Regular Networks Topology, *Journal of Physics: Conference Series*, 1752(1), 012002.
- Antonio, Y., Indratno, S. W. dan Simanjuntak, R. (2021b): Cyber Insurance Ratemaking: A Graph Mining Approach, *Risks*, 9(12).
- Carfora, M. F., Martinelli, F., Mercaldo, F., Orlando, A. dan Yautsiukhin, A. (2018), Cyber Risk Management: A New Challenge for Actuarial Mathematics, in *Mathematical and Statistical Methods for Actuarial Sciences and Finance*, Springer International Publishing, Cham, 199–202.
- Rass, S., Schauer, S., König, S. dan Zhu, Q. (2020), Insurance, dalam *Advanced Sciences and Technologies for Security Applications*, 137–158.
- Dreyer, P., Jones, T., Klima, K., Oberholtzer, J., Strong, A., Welburn, J. dan Winkelman, Z. (2018): Estimating the Global Cost of Cyber Risk: Methodology and Examples.
- Morgan, S. (2019): 2019 Official Annual Cybercrime Report, 2019 Report by Cybersecurity Ventures sponsored by Herjavec Group.
- Biener, C., Eling, M. dan Wirfs, J. H. (2015): Insurability of cyber risk: An empirical analysis, *Geneva Papers on Risk and Insurance: Issues and Practice*.
- Franke, U. (2017): The cyber insurance market in Sweden, *Computers and Security*.
- Marotta, A., Martinelli, F., Nanni, S., Orlando, A. dan Yautsiukhin, A. (2017): Cyberinsurance survey, *Computer Science Review*, 24, 35–61.
- Toregas, C. dan Zahn, N. (2014): Insurance for Cyber Attacks: The Issue of Setting Premiums in Context, *George Washington University*, .
- Bohme, R. dan Schwartz, G. (2010), *Modeling Cyber-Insurance: Towards A Unifying Framework*.
- Van Mieghem, P. (2010b): Performance analysis of complex networks and systems.
- Van Mieghem, P. (2011): The N-intertwined SIS epidemic network model, *Computing (Vienna/New York)*,
- Van Mieghem, P. dan Cator, E. (2012): Epidemics in networks with nodal selfinfection and the epidemic threshold, *Physical Review E*, 86(1), 016116.

- Van Mieghem, P. dan Omic, J. (2013): In-homogeneous Virus Spread in Networks.
- Ottaviano, S., De Pellegrini, F., Bonaccorsi, S. dan Mieghem, P. V. (2018): Optimal curing policy for epidemic spreading over a community network with heterogeneous population, *Journal of Complex Networks*, .
- Ottaviano, S., De Pellegrini, F., Bonaccorsi, S., Mugnolo, D. dan Van Mieghem, P. (2019), *Community Networks with Equitable Partitions*, dalam *Multilevel Strategic Interaction Game Models for Complex Networks*.
- Xu, M. dan Hua, L. (2019): *Cybersecurity Insurance: Modeling and Pricing*, *North American Actuarial Journal*, 23(2), 220–249.
- Robinson, J. C. (2004): *An Introduction to Ordinary Differential Equations*, Cambridge University Press.
- Volz, E. dan Meyers, L. A. (2007): Susceptible–infected–recovered epidemics in dynamic contact networks, *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 274(1628), 2925–2934.
- Enright, J. dan Kao, R. R. (2018): Epidemics on dynamic networks, *Epidemics*, 24, 88–97.
- Pare, P. E., Beck, C. L. dan Nedic, A. (2018): Epidemic Processes Over Time-Varying Networks, *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, 5(3), 1322–1334.
- Rocha, L. E. C. dan Masuda, N. (2016): Individual-based approach to epidemic processes on arbitrary dynamic contact networks, *Scientific Reports* 6(1), 31456.
- Bo Song, Yu-Rong Song dan Guo-Ping Jiang (2017), How clustering affects epidemics in complex networks, dalam *2017 International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC)*, IEEE, 178–183.
- Heer, H., Streib, L., Schöafer, R. B. dan Ruzika, S. (2020): Maximising the clustering coefficient of networks and the effects on habitat network robustness, *PLOS-ONE*, 15(10), e0240940.
- Wu, X. dan Liu, Z. (2008): How community structure influences epidemic spread in social networks, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(2-3), 623–630.

- Rossi, R. A. dan Ahmed, N. K. (2015), The Network Data Repository with Interactive Graph Analytics and Visualization, dalam AAAI.
- Zhang, X., Quadrianto, N., Kersting, K., Xu, Z., Engel, Y., Sammut, C., Reid, M., Liu, B., Webb, G. I., Sammut, C., Sipper, M., Saitta, L., Sebag, M., Aggarwal, C. C., Gartner, T., Horváth, T., Wrobel, S., Chakrabarti, D., McAuley, J., Caetano, T., Buntine, W., Jensen, T. R., Sammut, C., Holder, L., Sharara, H. dan Getoor, L. (2011), Graph Mining, dalam Encyclopedia of Machine Learning, Springer US, Boston, MA, 469–471.
- Chou, W. (1975), Computer communication networks, in Proceedings of the May 19-22, 1975, national computer conference and exposition on - AFIPS '75, ACM Press, New York, New York, USA, 119.
- Almutairi, S., Mahfoudh, S., Almutairi, S. dan Alowibdi, J. S. (2020): Hybrid Botnet Detection Based on Host and Network Analysis, Journal of Computer Networks and Communications, 2020, 1–16.
- Wang, L. dan Jones, R. (2020): Big Data Analytics in Cyber Security: Network Traffic and Attacks, Journal of Computer Information Systems, 1–8.
- Wang, S., Gong, M., Liu, W. dan Wu, Y. (2020): Preventing epidemic spreading in networks by community detection and memetic algorithm, Applied Soft Computing, 89, 106118.
- Van Mieghem, P., Omic, J. dan Kooij, R. (2009): Virus Spread in Networks, IEEE/ACM Transactions on Networking, 17(1), 1–14.
- Van Mieghem, P. (2014): Performance Analysis of Complex Networks and Systems, Cambridge University Press, Cambridge.
- Nguyen, N. P., Dinh, T. N., Shen, Y. dan Thai, M. T. (2014): Dynamic Social Community Detection and Its Applications, PLoS ONE, 9(4), e91431.
- Blondel, V. D., Guillaume, J.-L., Lambiotte, R. dan Lefebvre, E. (2008): Fast unfolding of communities in large networks, Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment, 2008(10), P10008
- Javed, M. A., Younis, M. S., Latif, S., Qadir, J. dan Baig, A. (2018): Community detection in networks: A multidisciplinary review, Journal of Network and Computer Applications, 108, 87–111.
- Newman, M. E. J. dan Girvan, M. (2004): Finding and evaluating community structure in networks, Physical Review E, 69(2), 026113.

- Boettcher, S. dan Percus, A. G. (2001a): Extremal optimization for graph partitioning, *Physical Review E*, 64(2), 026114.
- Boettcher, S. dan Percus, A. G. (2001b): Optimization with Extremal Dynamics, *Physical Review Letters*, 86(23), 5211–5214.
- Chen, M., Kuzmin, K. dan Szymanski, B. K. (2014): Community Detection via Maximization of Modularity and Its Variants, *IEEE Transactions on Computational Social Systems*, 1(1), 46–65.
- van der Hofstad, R. (2016): Random graphs and complex networks.
- Videla-Cavieres, I. F. dan R'ios, S. A. (2014): Extending market basket analysis with graph mining techniques: A real case, *Expert Systems with Applications*, 41(4), 1928–1936.
- Seli Siti Sholihat, **S.W. Indratno**, Utriweni Mukhaiyar; The role of parameters in Bayesian Online Change-point Detection: detecting early warning of mount Merapi eruptions. *Heliyon*; 7; 7/2021; 24058440.
- S.W. Indratno**, Kurnia Novita Sari, Mokhammad Ridwan Yudhanegara; Optimization in Item Delivery as Risk Management: Multinomial Case Using the New Method of Statistical Inference for Online Decision. *Risks*; 6; 10/2022; 2227-9091; Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- M.R. Yudhanegara, **S.W. Indratno**, R.R. Kurnia N. Sari; Dynamic items delivery network: prediction and clustering. *Heliyon*; 5; 7/2021; 2405-8440.
- Winarni, S.; **Indratno, S.W.**; Arisanti, R.; Pontoh, R.S. Image Feature Extraction Using Symbolic Data of Cumulative Distribution Functions. *Mathematics* **2024**, 12,2089.
- Sri Winarni, **S.W. Indratno**, Kurnia Novita Sari; Character of images development on Gaussian copula model using distribution of cumulative distribution function. *Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*; 2021; 2052-2541; SCIK Publishing Corporation.

# CURRICULUM VITAE



Nama : Sapto Wahyu Indratno  
Tempat/tgl lahir : Bandung/ 4 Agustus 1975  
Kel. Keahlian : Statistika  
Alamat Kantor : Ganesha 10, Bandung  
Nama Istri : Ida Widianingsih  
Nama Anak : 1. Raditya Aryanatha Indratno  
2. Dianika Kirana Indratno

## I. RIWAYAT PENDIDIKAN

- S-3: Kansas State University, USA, 2004-2011
- S-2: Twente University, Belanda, 1999-2001
- S-1: Institut Teknologi Bandung, Indonesia, 1993-1998
- SMA St. Aloysius, Bandung, 1990-1993
- SMP St. Aloysius, Bandung, 1987-1990
- SD St. Melania, Bandung, 1981-1987

## II. RIWAYAT KERJA DI ITB

- Kepala Bidang Akademik TPB, 2022- 2025
- Ketua Kelompok Keilmuan Statistika, 2021-2022
- Ketua Program Studi S-2 Aktuaria dan S2 Pengajaran Matematika, 2016-2020

## III. RIWAYAT KEPANGKATAN

- Penata Muda, III/a 26 April 1999
- Penata Muda Tingkat I, III/b 18 Agustus 2005
- Penata, III/c 6 Februari 2014
- Penata Tingkat I, III/d 18 Desember 2015
- Pembina, IV/a 31 Oktober 2017
- Pembina Tingkat I, IV/b 3 April 2024

#### IV. RIWAYAT JABATAN FUNGSIONAL

- Asisten Ahli 1 Maret 2003
- Lektor 1 Agustus 2012
- Lektor Kepala 1 Januari 2016
- Guru Besar 1 Agustus 2023

#### V. KEGIATAN PENELITIAN

- Program Pendanaan Riset Inovatif Produktif Mandatori Bertema UK-Indonesia Consortium for Interdisciplinary Sciences 2022-2025: Modelling and Understanding Indonesian Peatland for Sustainable Development.
- Riset Unggulan ITB 2024: Pengaruh AI Image Generator terhadap Hambatan Kognitif (*Cognitive fixedness*) Ideasi Desainer Pemula.
- Riset Internasional 2023, LPPM ITB: Pengembangan Deep Gaussian Processes.
- Riset PPMI FMIPA ITB 2023: Pembuatan Perangkat Lunak Aktuaria untuk Perhitungan Cadangan Asuransi Umum.
- Riset ITB 2022: Analisa Dinamik Macan Dahan Sunda dan Kucing Emas Asia di Taman Nasional Seblat Kerinci.
- Riset ITB 2022: Sistem Deteksi Dini Berbasis Dashboard melalui Prakiraan Kasus COVID-19 dengan Memasukkan Faktor Mobilisasi di Kota Bandung
- Riset Unggulan 3P 2022: Penerapan Teknologi Artificial Intelligence untuk Akuakultur (mitra: E-fishery)
- Riset ITB 2021: Sistem Informasi Berbasis Statistik Risiko dalam Usaha Mendukung Kebijakan Pemerintah Kota Bandung Terkait Penanggulangan Pandemi.
- Penelitian Kompetitif Nasional (PPS-PMDSU) 2021: Model penentuan Tarif Asuransi Siber berdasarkan Struktur Jaringan Komunikasi.

#### VI. PUBLIKASI

##### A. Dalam Jurnal Internasional ( *selected* )

- Winarni, S.; **Indratno, S.W.**; Arisanti, R.; Pontoh, R.S. Image Feature Extraction Using Symbolic Data of Cumulative Distribution Functions. *Mathematics* **2024**, *12*,2089.<https://doi.org/10.3390/math12132089>

- Sri Winarni, **Sapto Wahyu Indratno**, Herlina Roseline, Restu Arisanti, Resa Septiani Pontoh, Predictive analysis using gaussian processes regression and Mahalanobis distance approach: Anticipation of COVID-19 spike in Bandung City, *Commun. Math. Biol. Neurosci.*, 2024 (2024), Article ID 63
- Dani, Y., Gunawan, A., Khodra, M. and **Indratno, S.** 2023. Detecting Outliers Using Modified Recursive PCA Algorithm For Dynamic Streaming Data. *MENDEL.* 29, 2 (Dec. 2023), 237-244. DOI:<https://doi.org/10.13164/mendel.2023.2.237>.
- J.W. Puspita, Farida, M. Fakhruddin, N. Nuraini, R. Fauzi, **S.W. Indratno**, E. Soewono, Modeling and descriptive analysis of dengue cases in Palu City, Indonesia. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications.* Volume 625, 2023, 129019
- Adiwijaya, I., **Indratno, S.**, Siallagan, M., Widodo, A. and Gandara, E. 2023. Integration of the Hybrid Decision Support System and Machine Learning Algorithm to Determine Government Assistance Recipients: A Case Study in the Indonesian Funding Program. *MENDEL.* 29, 1 (Jun. 2023), 15-24. DOI:<https://doi.org/10.13164/mendel.2023.1.015>.
- Rizal, J., Yodi Gunawan, A., **W. Indratno, S.** , & Meilano, I. (2023). Seismic activity analysis of five major earthquake source segments in the Sumatra megathrust zone: Each segment and two adjacent segments points of view. *Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering*, 56(2), 55–70.
- F. Pratikto, **S. Indratno**, K. Suryadi, D. Santoso. A data-driven approach to estimating post-discovery parameters of unexplored oilfields. *Petroleum.* Volume 9, Issue 2, June 2023, Pages 285-300
- F. Pratikto, **S. Indratno**, K. Suryadi, D. Santoso. Valuation of an unexplored oilfield under uncertain oil price and reservoir condition: A stochastic dynamic programming approach with simulation-based reward function. *Geoenergy Science and Engineering*, Volume 223, April 2023, 211493
- N.H.A. Malek, W.F.W. Yaacob, Y.B. Wah, S.A.M. Nasir , N. Shaadan, **S.W. Indratno**. Comparison of ensemble hybrid sampling with bagging and boosting machine learning approach for imbalanced data. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science* Vol. 29, No. 1, January 2023, pp. 598~608.

- **S.W. Indratno**, Kurnia Novita Sari, Mokhammad Ridwan Yudhanegara; Optimization in Item Delivery as Risk Management: Multinomial Case Using the New Method of Statistical Inference for Online Decision. *Risks*; 6; 10/2022; 2227-9091; Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- Yeftanus Antonio, **Sapto Wahyu Indratno**, Rinovia Simanjuntak; Cyber insurance ratemaking: A graph mining approach. *Risks*; 224; 9/2021; 2227-9091; Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- **Sapto Wahyu Indratno**, Yeftanus Antonio, Suhadi Widodo Saputro; Adjusting cyber insurance premiums based on frequency in a communication network. *International Journal of Advances in Intelligent Informatics*; 3; 7/2021; 2442-6571; Universitas Ahmad Dahlan.
- Yeftanus Antonio, **Sapto Wahyu Indratno**, Suhadi Widodo Saputro; Pricing of cyber insurance premiums using a Markov-based dynamic model with clustering structure. *PloS One*; 10; 16/2021; 1932-6203
- Jose Rizal, Agus Y Gunawan, **Sapto W Indratno**, Irwan Meilano; The Application of Copula Continuous Extension Technique for Bivariate Discrete Data: A Case Study on Dependence Modeling of Seismicity Data. *Mathematical Modelling of Engineering Problems*; 5; 8/2021; 2369-0739; International Information and Engineering Technology Association.
- Seli Siti Sholihat, **Sapto Wahyu Indratno**, Utriweni Mukhaiyar; The role of parameters in Bayesian Online Changepoint Detection: detecting early warning of mount Merapi eruptions. *Heliyon*; 7; 7/2021; 24058440.
- Udjianna Sekteria Pasaribu, Karunia Eka Lestari, **Sapto Wahyu Indratno**, Hanni Garminia, RR Kurnia Novita Sari; Some properties of the scaled Burt matrix on multiple correspondence analysis. *Journal of Hunan University Natural Sciences*; 5; 48/2021; 1674-2974; Hunan Daxue/Hunan University.
- M.R. Yudhanegara, **S.W. Indratno**, R.R. Kurnia N. Sari; Dynamic items delivery network: prediction and clustering. *Heliyon*; 5; 7/2021; 2405-8440.
- S. Gunadharma, A. Rizal, R. Ruslami, T. H. Achmad, S. S. Ju, J. W. Puspita, **S. W. Indratno**, E. Soewono; Quantitative measure to differentiate wicket spike from interictal epileptiform discharges. *Communication in Biomathematical Sciences*; 1; 4/2021; 25492896; Indonesian Biomathematical Society.
- Sri Winarni, **Sapto Wahyu Indratno**, Kurnia Novita Sari; Character of images development on Gaussian copula model using distribution of



- cumulative distribution function. *Communications in Mathematical Biology and Neuroscience*; 2021; 2052-2541; SCIK Publishing Corporation.
- U.S. Pasaribu, U. Mukhaiyar, N.M. Huda, K.N. Sari, **S.W. Indratno**; Modelling COVID-19 growth cases of provinces in Java Island by modified spatial weight matrix GSTAR through railroad passenger's mobility. *Heliyon*; 2; 7/2021; 2405-8440; Elsevier
  - Jose Rizal, Agus Yodi Gunawan, **Sapto Indratno**, Irwan Meilano; Modeling of Earthquake Hazard for Three Seismogenic Areas on Sumatra Island: A Comparison of Some Discrete Counts Time-series Modelling. *Disaster Advances*; 8; 3/2020; 2278-4543.
  - Karunia E Lestari, Udjianna S Pasaribu, **Sapto W Indratno**, Hanni Garminia; Generating roots of cubic polynomials by Cardano's approach on correspondence analysis. *Heliyon*; 6; 6/2020; 24058440; Elsevier
  - Muhammad Fakhruddin, Prama Setia Putra, Karunia Putra Wijaya, Ardhasena Sopaheluwakan, Ratna Satyaningsih, Kurnia Endah Komalasari, Mamenun, Sumiati, **Sapto Wahyu Indratno**, Nuning Nuraini, Thomas Götz, Edy Soewono; Assessing the interplay between dengue incidence and weather in Jakarta via a clustering integrated multiple regression model. *Ecological Complexity*; 39/2019; 1476-945X; Elsevier.
  - Juni Wijayanti Puspita, Suryani Gunadharma, **Sapto Wahyu Indratno**, Edy Soewono; Bayesian approach to identify spike and sharp waves in EEG data of epilepsy patients. *Biomedical Signal Processing and Control*; 35/2017; 1746-8094; Elsevier.

## **B. Dalam Buku/book chapter**

- A. Sonhaji, **S.W. Indratno**, K.N. Sari, A. Pancoro, E.A. Giri, U.S. Pasaribu dan S. Setiyowati. The impact of Restricting Community Activities on COVID-19 Transmission: A Case Study in Sumatra Island, Indonesia, 480-493, 2023
- S. Vantika, U.S. Pasaribu, **S.W. Indratno**, A. Pancoro. Estimating Corn Weight Using Mixed Model with Linear Covariance Function Matrix. *Cyber Physical, Computer and Automation System: A Study of New Technologies*, 1291, 169-180, 2021
- **S.W. Indratno** dan Y. Antonio. A Gillespie Algorithm and Upper Bound of Infection Mean on Finite Network. *Soft Computing in Data Science*, 361-374, 2019.

## **VII. HAK CIPTA**

- Model Pengiriman Barang: Strategi Pengiriman Barang Melalui Pengklasteran Jaringan dan Pengklasteran Barang. Agenda Permohonan: EC00202101996 . Nomor Pencatatan: 000252314.
- Program Komputer Skrip Python: Menentukan Nilai Singular Matriks Residual Standar Dari Tabel Kontingensi  $4 \times j$  dan  $5 \times j$  pada Analisis Korespondensi. Pendanaan: Penelitian Disertasi Dosen Kemenristek/BRIN 2020. Pencipta: Dr. Karunia Eka Lestari, Prof. Udjiana S. Pasaribu, Prof. Spto Wahyu Indratno, Dr. Hanni Garminia Y. Nomor Permohonan: EC00202027704. Nomor Pencatatan: 000200031.
- Peta tingkat bahaya segmen-segmen sumber gempa besar di zona megahurst Sumatra, terhadap kejadian gempa bumi utama bermagnitudo  $M < 4,6$  dengan kedalaman gempa  $> 70$  km. Pencipta: Jose Rizal, Agus Yodi Gunawan, Spto Wahyu Indratno, Irwan Meilano. Nomor Permohonan: EC00202260654. Nomor Pencatatan: 000376388.

## **VIII. PENGHARGAAN**

- Satyalancana Karya Satya 10 tahun, Agustus 2015
- FMIPA AWARD 2018 dalam ketegori Excellence in Community Services, Oktober 2018.
- Satyalancana Karya Satya 20 tahun, Agustus 2022
- Dosen terbaik Bidang Penelitian Kelompok Keilmuan Statistika Tahun 2023, November 2023.
- Pengabdian 25 tahun Institut Teknologi Bandung, Agustus 2024

## **IX. SERTIFIKASI**

- Sertifikasi Dosen, 2014 dikeluarkan oleh Kementrian Pendidikan Nasional.
- Wakil Penasihat Berjangka, 2023 dikeluarkan oleh BAPPEBTI.



**ITB PRESS**

📍 Gedung STP ITB, Lantai 1,  
Jl. Ganesa No. 15F Bandung 40132  
☎ +62 22 20469057  
🌐 www.itbpress.id  
✉ office@itbpress.id  
Anggota Ikapi No. 043/JBA/92  
APPTI No. 005.062.1.10.2018

**Forum Guru Besar  
Institut Teknologi Bandung**

Jalan Dipati Ukur No. 4, Bandung 40132  
E-mail: sekretariat-fgb@itb.ac.id  
Telp. (022) 2512532

🌐 fgb.itb.ac.id    📘 FgbItb    🐦 FGB\_ITB  
📱 @fgbitb\_1920    📺 Forum Guru Besar ITB

ISBN 978-623-297-587-3

