FORUM GURU BESAR
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

Orasi Ilmiah Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

TEORI GRAF
DALAM PETA
MATEMATIKA INDONESIA

Profesor Hilda Assiyatun
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Bandung

Aula Barat ITB
22 Juni 2024

Orasi Ilmiah Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

TEORI GRAF DALAM PETA MATEMATIKA INDONESIA

Orasi Ilmiah Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

TEORI GRAF DALAM PETA MATEMATIKA INDONESIA

Prof. Hilda Assiyatun

22 Juni 2024
Aula Barat ITB

FORUM GURU BESAR
INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG

ITB PRESS

Orasi Ilmiah Guru Besar Institut Teknologi Bandung:
Teori Graf dalam Peta Matematika Indonesia

Penulis : Prof. Hilda Assiyatun
Reviewer : Prof. Edy Tri Baskoro
Editor Bahasa : Rina Lestari
Cetakan I : 2024
ISBN : 978-623-297-473-9
e-ISBN : 978-623-297-474-6 (PDF)

ITB PRESS

Gedung STP ITB, Lantai 1,
Jl. Ganesa No. 15F Bandung 40132
+62 22 20469057
www.itbpress.id
office@itbpress.id
Anggota Ikapi No. 043/JBA/92
APPTI No. 005.062.1.10.2018

"You are an ocean of knowledge

hidden in a dew drop

Be soulful

Be kind

Be in love

Wherever you stand be the soul of the place

From age of knowledge to age of wisdom"

~Hudavandigar Mevlana~

PRAKATA

Bismillahirahmanirrahim…

Alhamdulillahirobbil’alamin, dengan penuh rasa syukur ke hadirat Allah Swt. saya dapat menuntaskan penulisan buku Orasi Guru Besar bertajuk *Graf Teori dalam Peta Matematika Indonesia*.

Buku ini sedikit banyak memberikan gambaran perjalanan panjang akademik saya selama 30 tahun menjadi dosen di Jurusan/Departemen Matematika, KK Matematika Kombinatorika FMIPA ITB, sejak tahun 1994.

Saya sangat bersyukur dan berterima kasih kepada begitu banyak orang yang menyertai dan mewarnai perjalanan hidup saya hingga dapat mencapai amanah akademik tertinggi sebagai Guru Besar. Secara khusus terima kasih dan penghargaan saya haturkan kepada Rektor ITB Prof. Reini Wirahadikusumah dan jajaran, kepada Dekan FMIPA Prof. Wahyu Srigutomo beserta para wakil dekan, yang telah membantu dan mendukung pengurusan guru besar untuk saya. Rasa terima kasih yang amat dalam kepada semua guru yang telah membimbing dan mengajari saya sejak taman kanak-kanak sampai tingkat doktoral. Terima kasih kepada rekan-rekan sekerja di Komunitas Matematika FMIPA ITB, termasuk Bapak/Ibu Tenaga Kependidikan, untuk kebersamaan selama 30 tahun ini dan selanjutnya, InsyaaAllah.

Kepada kedua orang tua tercinta, Mamah Tutiek Atikah dan Bapak M. Fuad Madani (Alm.), terima kasih untuk kasih sayang, doa, dan dukungan yang tidak pernah putus. Kepada anaking jimat awaking, Bintangku, Muhammad Najmi Naufal, terima kasih sudah menemani dan mendukung Mummy.

Semoga buku kecil ini dapat memberikan manfaat bagi para pembaca. Semua kesalahan/ketidak-akuratan dalam buku ini sepenuhnya tanggung jawab saya. Semua kebenaran semata milik Allah Swt..

Bandung, 22 Juni 2024

Hilda Assiyatun

SINOPSIS

Buku ini menggambarkan perjalanan Penulis dalam melakukan penelitian di bidang Teori Graf selama 20 tahun terakhir (2003-2024). Buku ini didasarkan pada berbagai penelitian yang dilakukan bersama kolega dan mahasiswa doktoral di KK Matematika Kombinatorika ITB, dan kolaborator dari perguruan tinggi lain di dalam dan luar negeri. Buku ini dibagi menjadi empat bagian besar. Pada Bab Pendahuluan diberikan pengantar mengenai sejarah awal Teori Graf. Pada Bab Bilangan Ramsey dijelaskan tentang Bilangan Ramsey graf (termasuk bilangan Ramsey sisi-terbatas) dan graf Ramsey. Pada Bab Identifikasi Titik pada Graf dibahas tentang bagaimana mengindentifikasi titik pada graf menggunakan himpunan pembeda atau partisi pembeda, dengan berbagai variasinya. Selanjutnya, pada Bab Peta Matematika Indonesia disajikan beberapa potret pendidikan matematika Indonesia, khususnya pendidikan dasar, serta potret penelitian matematika Indonesia. Pada Bab Penutup disampaikan beberapa catatan akhir dari pembahasan bab-bab sebelumnya.

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

1 SELAYANG PANDANG

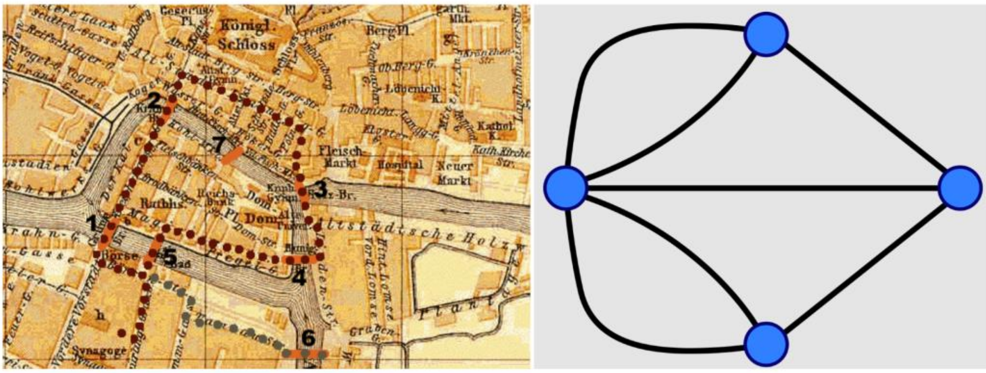
Kota Königsberg di Prusia (sekarang Kaliningrad, Rusia) terletak di kedua sisi Sungai Pregel, dan mencakup dua pulau besar—Kneiphof dan Lomse—yang terhubung satu sama lain, dan kedua bagian daratan kota, oleh tujuh jembatan (lihat Gambar 1.1(a)). Pertanyaan yang ingin dijawab adalah: Apakah mungkin seseorang yang berada pada suatu bagian kota mengunjungi setiap bagian kota lainnya, melewati setiap jembatan tepat satu kali, dan kembali ke bagian kota semula? Pertanyaan/masalah ini dikenal dengan "Masalah Tujuh Jembatan Königsberg". Matematikawan Leonard Euler (1736) memberikan jawaban negatif untuk pertanyaan ini. **Tidak mungkin.**

Euler menunjukkan bahwa dalam masalah ini informasi esensial adalah bagian kota (tidak penting rute yang diambil di dalam bagian kota) dan jembatan yang menghubungkan bagian kota yang mana. Euler melakukan abstraksi, memodelkan setiap bagian kota sebagai titik (*vertex*) dan setiap jembatan sebagai sebuah sisi (*edge*) yang menghubungkan dua buah titik (lihat Gambar 1.1(b)). Pertanyaan ini diterjemahkan dalam model sebagai berikut: dimulai dari sebuah titik, apakah mungkin untuk melakukan tur melewati setiap sisi tepat satu kali dan kembali ke titik semula? Pertanyaan yang sepintas tampak rekreasional dipandang sebagai kelahiran dari sebuah cabang baru dalam Matematika, yaitu **Teori Graf.**

Euler membuktikan bahwa dengan memperhatikan banyaknya sisi yang menempel pada titik (selanjutnya disebut derajat dari titik), maka tur yang diinginkan hanya bisa dilakukan jika dan hanya jika derajat setiap titik genap. Dengan demikian diperoleh jawaban negatif untuk Masalah Tujuh Jembatan Königsberg.

Jawaban Euler ini kemudian dikenal sebagai Teorema Euler yang menjadi pondasi bagi Teori Graf sebagai ilmu Matematika formal. Dalam perkembangan selanjutnya Teori Graf sebagai cabang Matematika yang relatif muda bertumbuh sangat pesat.

Pada abad 19 matematikawan Gustav Kirchoff dan William Rowan Hamilton memberikan kontribusi yang signifikan. Kirchoff memperkenalkan konsep jaringan listrik yang dapat direpresentasikan dengan graf, dan membangun Hukum Kirchoff untuk menganalisisnya. Hamilton memperkenalkan siklus dan lintasan Hamilton dalam graf, yaitu siklus/lintasan yang melewati setiap titik pada graf tepat satu kali. Masalah menentukan adanya siklus Hamilton kemudian pada sekitar 1930 diformulasikan oleh matematikawan dan ekonom Karl Hanger sebagai *Travelling Salesman Problem.*



(a) (b)

Gambar 1.1 Masalah Tujuh Jembatan Königsberg dan model matematikanya

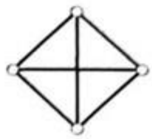
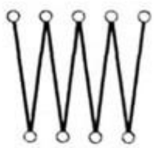
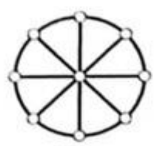
Pada abad 20 Teori Graf tumbuh sangat pesat, dipicu dan dipacu oleh berbagai bidang, seperti sains komputer, riset operasi, dan analisis jaringan sosial. Perkembangan yang sangat fundamental adalah pendefinisian matriks ketetanggaan sebagai representasi dari graf, perkembangan algoritma graf, serta kajian tentang keterhubungan, pewarnaan, dan planaritas graf.

Graf $G(V, E)$ adalah suatu sistem yang terdiri atas himpunan titik (berhingga) tak hampa $V = V(G)$ dan himpunan sisi $E = E(G)$, yaitu himpunan bagian dari himpunan pasangan tak terurut anggota-anggota V. Banyaknya titik di G disebut *orde* dari G, sedangkan banyaknya sisi di G disebut *ukuran* dari G.

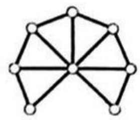
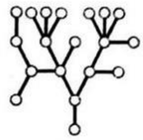
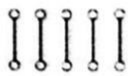
Misalkan $G(V, E)$ adalah suatu graf. Jika $e = uv \in E(G)$, u disebut *tetangga* dari v, demikian juga sebaliknya. Banyaknya titik yang bertetangga dengan v disebut *derajat* dari v. Komplemen graf G, dinotasikan dengan $\bar{G}$, adalah graf yang memenuhi $V(\bar{G}) = V(G)$, serta dua titik u dan v bertetangga di $\bar{G}$ jika dan hanya jika u dan v tidak bertetangga di G. Untuk kenyamanan pembaca, pada Tabel 1.1 diberikan beberapa kelas graf yang akan digunakan dalam buku ini.

Dalam buku ini akan dipaparkan hasil penelitian Penulis dalam Teori Graf yang dituliskan dalam dua bab yaitu, Bab 2 Bilangan Ramsey dan Bab 3 Identifikasi Titik pada Graf. Sebagai bahan perenungan, pada Bab 4 akan disajikan potret perkembangan penelitian matematika di Indonesia, secara khusus penelitian tentang Teori Graf dan Kombinatorika, serta situasi pendidikan dasar Matematika di Indonesia.

Tabel 1.1 Notasi, definisi, dan contoh kelas-kelas graf

Notasi	**Definisi**	**Contoh**
K_n	*Graf lengkap* dengan n titik adalah graf yang setiap dua titiknya bertetangga. Graf lengkap K_n mempunyai $\binom{n}{2}$ sisi. Khusus untuk $n = 3$, graf K_3 disebut segitiga.	 K_4
C_n	*Graf siklus* dengan n titik adalah graf terhubung yang setiap titiknya berderajat dua. Graf siklus C_n mempunyai n sisi.	 C_8
P_n	*Graf lintasan* dengan n titik adalah graf yang diperoleh dari graf siklus C_n dengan menghapus satu sisi di C_n.	 P_9
$K_{1,n}$	*Graf bintang* dengan $n+1$ titik adalah graf yang mempunyai sebuah titik berderajat n yang disebut *titik pusat* dan n titik berderajat 1.	 $K_{1,n}$
W_n	*Graf roda* dengan $n+1$ titik adalah graf yang diperoleh dengan cara menambahkan sebuah titik pada graf siklus C_n dan menghubungkan titik tersebut ke semua titik di siklus.	 W_8

Berlanjut ke halaman berikutnya

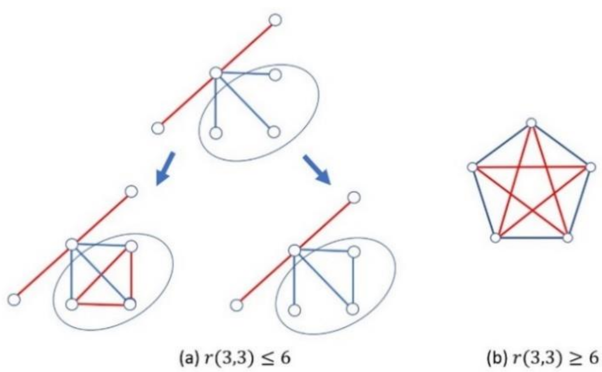
Notasi	Definisi	Contoh
F_n	*Graf kipas* dengan $n + 1$ titik adalah graf yang diperoleh dari graf roda W_n dengan menghapus sebuah sisi yang terkait dengan dua titik berderajat 3 di W_n.	 F_7
T_n	*Graf pohon* dengan n titik adalah graf terhubung yang tidak memuat siklus. Dengan demikian, graf pohon dengan n titik mempunyai $n - 1$ sisi.	 T_{19}
mK_2	Graf padanan dengan m sisi, yaitu graf dengan $2m$ titik dan m sisi yang sisi-sisinya saling independen. Jadi graf padanan adalah graf yang setiap titiknya berderajat 1.	 $5K_2$

2 BILANGAN RAMSEY

2.1 Pendahuluan

Frank Plumpton Ramsey (1903-1930) adalah seorang filsuf, matematikawan, dan ekonom Inggris yang memberikan banyak kontribusi yang signifikan pada berbagai bidang ilmu, walaupun usianya sangat pendek. Ramsey memperkenal suatu teori yang bermula dari pemikiran bahwa "ketidakteraturan total tidak mungkin terjadi" ("*Complete disorder is impossible*"). Ramsey menyatakan bahwa dalam struktur yang relatif besar, selalu termuat substruktur yang teratur. Pernyataan ini kemudian dikenal sebagai Teori Ramsey.

Sebuah contoh klasik sederhana dalam Teori Ramsey adalah bahwa dalam setiap kelompok yang terdiri dari sedikitnya enam orang, selalu terdapat tiga orang yang saling kenal atau tiga orang yang tidak saling kenal. Klaim ini dapat direpresentasikan dengan menggunakan Teori Graf sebagai berikut. Jika kita warnai setiap sisi pada graf lengkap K_6 dengan merah atau biru, selalu terdapat K_3 merah atau K_3 biru. Klaim ini dapat dibuktikan secara sederhana dengan menggunakan Prinsip Sangkar Merpati (*Pigeon-hole Principle*) seperti ilustrasi dalam Gambar 2.1(a). Enam adalah bilangan terkecil agar klaim terpenuhi. Jika hanya ada lima orang, kita dapat menghindari dari adanya tiga orang yang saling kenal dan tiga orang yang tidak saling kenal. Atau dalam terminologi graf, terdapat pewarnaan sisi K_5 dengan merah dan biru sehingga tidak terdapat K_3 merah maupun K_3 biru (lihat Gambar 2.1(b)).



Gambar 2.1 Ilustrasi bukti $r(3,3) = 6$

Erdös dan Szekeres, 1935 mengkaji dan mengaplikasikan Teori Ramsey ke dalam Teori Graf. Mereka mendefinisikan **bilangan Ramsey klasik**, dinotasikan sebagai $n = r(m, b)$, sebagai bilangan bulat terkecil n sehingga setiap pewarnaan sisi dari graf lengkap K_n menggunakan merah atau biru selalu menghasilkan subgraf K_m merah atau subgraf K_b biru. Contoh di atas menunjukkan bahwa $r(3,3) = 6$.

Penentuan bilangan Ramsey klasik adalah masalah yang sangat sulit. Dalam kurun waktu sekitar 90 tahun, baru diketahui sembilan nilai eksak $r(m, b)$, selebihnya baru diketahui batas atas dan/atau batas bawahnya saja.

Dalam artikel bertajuk “Small Ramsey Numbers”, Radziszowski melakukan survei perkembangan bilangan Ramsey (klasik) sejak 1994, dan memperbaharui artikel tersebut secara reguler. Pembaharuan terakhir dilakukan pada tahun 2021 (Radziszowski, 2021) dan hasilnya diberikan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Nilai eksak dan batas atas/batas untuk $r(m, b), 3 \leq m \leq 10, 3 \leq b \leq 15$

m \ b	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
3	6	9	14	18	23	28	36	40 42	47 50	53 59	60 68	67 77	74 87
4		18	25	36 41	49 61	59 84	73 115	92 149	102 191	128 238	138 291	147 349	158 417
5			43 48	58 87	80 143	101 216	133 316	149 442	183 633	203 848	233 1138	267 1461	275 1878
6				102 165	115 298	134 495	183 780	204 1171	262 1804	294 2566	347 3703	5033	401 6911
7					205 540	219 1031	252 1713	292 2826	405 4553	417 6954	511 10578	15263	22112
8						282 1870	329 3583	343 6090	457 10630	16944	817 27485	41525	873 63609
9							565 6588	581 12677	22325	38832	64864		
10								798 23556	45881	81123			1313

Konsep awal bilangan Ramsey yang didefinisikan pada graf lengkap, kemudian oleh beberapa peneliti diperumum pada graf sebarang, dan memunculkan definisi bilangan Ramsey graf. Di antara peneliti tersebut adalah Greenwood dan Gleason, 1955, Gerencsėr dan Gyȧrfȧs, 1967, Chvátal dan Harary, 1972.

Radziszowski, 2021 menyatakan bahwa sedikitnya terdapat 856 publikasi (pada jurnal, buku, prosiding) yang membahas perkembangan Bilangan Ramsey, variasi dan perumumannya. Kajian ini meliputi bilangan Ramsey klasik, bilangan Ramsey graf umum, dua-warna atau multi-warna, bilangan Ramsey sisi, bilangan Ramsey multipartit, serta graf Ramsey minimal. Setiap topik memiliki kekhasan dan memuat masalah terbuka yang belum terpecahkan.

Di Indonesia Bilangan Ramsey graf masuk dalam empat besar topik yang diteliti. Pada buku/bab ini Penulis akan membahas dua subtopik, yaitu Bilangan Ramsey Graf dan Graf Ramsey Minimal.

2.2 Bilangan Ramsey Graf

Untuk sebarang dua graf G dan H, **bilangan Ramsey graf** $\boldsymbol{R(G,H)}$ adalah bilangan bulat terkecil n sedemikian sehingga setiap pewarnaan sisi dari graf lengkap K_n menggunakan merah atau biru selalu menghasilkan subgraf G merah atau subgraf H biru.

Definisi di atas dapat dinyatakan secara ekivalen sebagai berikut. Untuk sebarang dua graf G dan H, **bilangan Ramsey graf** $\boldsymbol{R(G,H)}$ adalah bilangan bulat terkecil n sedemikian sehingga sehingga setiap graf F dengan n titik memuat subgraf G atau $\bar{F}$ memuat subgraf H.

Dalam topik bilangan Ramsey graf, definisi graf-elok (*good-graph*) menjadi sangat esensial. Graf F berorde n titik disebut *graf-elok* (G,H) jika F tidak memuat G dan F tidak memuat H. Graf-elok sering disebut juga sebagai graf kritis karena memberikan batas bawah untuk bilangan Ramsey graf seperti yang akan diulas di bawah ini.

Gerencsėr dan Gyȧrfȧs, 1967 adalah peneliti pertama yang mengkaji bilangan Ramsey untuk graf sebarang. Mereka menunjukkan bahwa untuk kombinasi graf lintasan,

$$R(P_n, P_m) = n + \left\lfloor \frac{m}{2} \right\rfloor - 1, \text{untuk } n \geq m \geq 2.$$

Salah satu hasil fundamental dalam kajian bilangan Ramsey graf adalah batas bawah yang diturunkan oleh Chvátal dan Harary, 1972.

Teorema 2.1 (Chvátal dan Harary, 1972) Jika $\chi(H)$ adalah bilangan kromatik graf H dan $c(G)$ adalah banyaknya titik pada komponen terbesar graf G,

$$R(G,H) \geq (\chi(H)-1)(c(G)-1)+1. \tag{2-1}$$

Bilangan kromatik $\chi(H)$ adalah minimum banyaknya warna yang dibutuhkan untuk mewarnai titik-titik di graf H sehingga setiap dua titik bertetangga menerima warna berbeda.

Batas bawah Chvátal dan Harary (2-1) memicu perkembangan bilangan Ramsey. Jika kita dapat buktikan bahwa setiap graf F, dengan orde sama dengan batas bawah, memuat G atau $\bar{F}$ memuat H, ini bermakna $R(G,H)$ sama dengan batas bawah ini. Sebaliknya jika terdapat graf-elok F, dengan orde sama dengan batas bawah, ini bermakna $R(G,H)$ lebih besar dari batas bawah ini.

Untuk kombinasi graf pohon T_n dan graf roda W_m, batas bawah (2-1) memberikan

$$R(T_n,W_m) \geq \begin{cases} 3n-2, & \text{untuk } m \text{ ganjil,} \\ 2n-1, & \text{untuk } m \text{ genap.} \end{cases} \tag{2-2}$$

Untuk kombinasi graf pohon T_n dan graf lengkap K_m, Chvátal, 1977 membuktikan bahwa batas bawah (2-1) sekaligus merupakan nilai eksaknya,

$$R(T_n,K_m) = (m-1)(n-1)+1.$$

Penentuan bilangan Ramsey untuk kombinasi siklus (C_m,C_n) telah tuntas dilakukan oleh Rosta, 1973, Faudree dan Schelp, 1974, serta Karolyi dan Rosta, 2001. Perhatikan senjang waktu yang cukup panjang untuk penuntasan kombinasi ini.

Dengan demikian, pelonggaran syarat graf lengkap pada bilangan Ramsey klasik menjadi sebarang graf pada bilangan Ramsey graf tidak menjadikan topik ini menjadi lebih mudah. Seperti telah tergambarkan pada hasil survei Radziszowski, 2021, topik bilangan Ramsey adalah topik yang sangat aktif dan dinamis. Artikel survei ini telah mengalami 16 kali pembaruan.

Tahun 2001, peneliti Indonesia mulai masuk dalam topik bilangan Ramsey graf. Surahmat dan Baskoro, 2001 mengkaji bilangan Ramsey graf untuk graf lintasan P_n dan graf roda W_4 atau W_5. Kemudian mereka memperumum hasil ini dalam (Baskoro dan Surahmat, 2005). Hasil yang diperoleh menunjukkan bahwa nilai eksaknya sama dengan batas bawah (2-2) untuk $n \geq m(m-3)/2$. Chen, Zhang, dan Zhang, 2005 memperumum hasil tersebut dengan menunjukkan bilangan Ramsey graf masih sama jika $n \geq m-1 \geq 2$. Salman dan Broesma, 2007 melengkapi hasil di atas untuk kasus $n < m-1$.

Surahmat, Baskoro, dan Tomescu, 2008 mengkaji bilangan Ramsey graf untuk kombinasi siklus dan roda (C_n, W_m) yang berukuran cukup besar, dan menunjukkan bahwa bahwa kombinasi ini pun memenuhi batas bawah (2-1).

Untuk hasil terkini, Hafidh dan Baskoro, 2021 mengkaji bilangan Ramsey untuk kombinasi graf pohon dengan derajat maksimum besar dan graf roda ganjil.

Baskoro, Hasmawati, dan Assiyatun, 2006 mengkaji bilangan Ramsey graf untuk kombinasi gabungan saling lepas graf bintang dan graf roda, dan memperoleh nilai eksaknya. Pada artikel yang sama, kami juga memperoleh bilangan Ramsey graf untuk kombinasi gabungan saling lepas graf pohon dan graf lengkap.

Dalam (Hasmawati, Baskoro, dan Assiyatun, 2008) diturunkan batas atas secara umum untuk bilangan Ramsey untuk graf yang digandakan beberapa kali. Diperoleh hasil, untuk G dan H graf terhubung dan $k > 1$, $R(kG, H) \leq R(G, H) + (k-1)|V(G)|$.

Sebagai hasil utama dalam artikel ini, dibuktikan teorema berikut.

Teorema 2.2 (Hasmawati, Baskoro, dan Assiyatun, 2008) Misalkan H dan G_i adalah graf terhubung dengan $|G_i| \geq |G_{i+1}|$ untuk $i = 1,2, \ldots k-1$. Jika $|G_i| > (|G_i| - |G_{i+1}|)(\chi(H) - 1)$ dan $R(G_i, H) = (\chi(H) - 1)(|G_i| - 1) + 1$ untuk setiap i, $R(\bigcup_{i=1}^{k} G_i, H) = R(G_k, H) + \sum_{i=1}^{k-1} |G_i|$.

Teorema ini memungkinkan kita untuk mendapatkan bilangan Ramsey untuk berbagai kombinasi yang memuat gabungan saling lepas graf yang memenuhi kesamaan pada (2-1), batas bawah Chvátal dan Harary. Dalam rentang m dan n yang memenuhi, kombinasi (T_n, W_m), (T_n, K_m), (C_m, C_n), dan (C_n, W_m), seperti telah diulas di atas, termasuk yang dapat diterapkan untuk Teorema 2.2.

Burr dkk., 1987 memperumum batas bawah Chvátal dan Harary pada Teorema 2.1, seperti yang diberikan pada teorema berikut.

Teorema 2.3 (Burr dkk., 1987) Jika $\chi(H)$ adalah bilangan kromatik graf H dengan surplus kromatik s, dan G adalah graf terhubung berorde n

$$R(G, H) \geq (\chi(H) - 1)(n - 1) + s. \qquad (2\text{-}3)$$

Jika kesamaan dicapai pada (2-3), G disebut sebagai $\boldsymbol{H}$**-elok.**

Surplus kromatik s adalah kardinalitas minimum dari himpunan yang menerima warna yang sama, untuk sebarang pewarnaan titik.

Sudarsana dkk., 2010b menentukan bilangan Ramsey $R(G, H)$, dengan G adalah gabungan graf yang setiap komponennya berupa graf H-elok, dengan $s \geq 1$. Kami juga membuktikan bahwa graf lintasan P_n adalah $2K_m$-elok, untuk $m = 3, 4$, dan graf bintang S_n adalah $2K_3$-elok, dengan $s = 2$.

Sudarsana dkk., 2010a membuktikan bahwa graf lintasan $P_n, n \geq 3$ adalah $2K_m$-elok, sebuah perumuman dari hasil pada artikel kami sebelumnya. Lebih jauh lagi, kami mendapatkan bilangan Ramsey $R(L, 2K_m)$, dengan L adalah hutan linier (gabungan saling lepas graf lintasan). Selain itu, kami juga memperoleh bilangan Ramsey $R(L, H_m)$, sebuah perumuman dari $R(kP_n, H_m)$, hasil peneliti lain. H_m adalah graf yang komplemennya berbentuk graf padanan mK_2.

Dalam (Sudarsana dkk., 2014) kami memperumumkan hasil penelitian kami sebelumnya. Kami menentukan bilangan Ramsey $R(G, H)$, dengan G adalah gabungan graf yang komponen-komponennya tidak harus berupa graf H-elok.

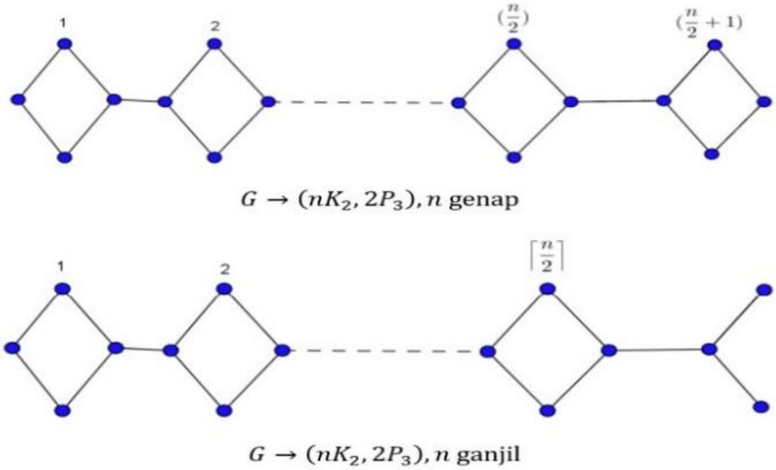
Sebagai penutup subbab ini, diberikan variasi lain dari bilangan Ramsey, yaitu bilangan Ramsey sisi.

Untuk sebarang dua graf G dan H, **bilangan Ramsey sisi** $\hat{\boldsymbol{r}}(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{H})$ adalah bilangan bulat terkecil k sedemikian sehingga sehingga setiap graf F dengan k sisi memuat subgraf G atau $\bar{F}$ memuat subgraf H. Jadi pada konsep ini yang dikaji adalah ukuran dari graf F. Konsep ini diperkenalkan oleh Erdös dkk., 1978.

Jika diberikan syarat tambahan bahwa F haruslah terhubung, bilangan ini disebut sebagai **bilangan Ramsey sisi-terhubung**, dinotasikan dengan $\hat{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{c}}(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{H})$. Definisi ini diperkenalkan oleh Rahadjeng, Baskoro, dan Assiyatun, 2016. Dalam artikel ini, kami memberikan nilai eksak untuk $\hat{r}_c(2K_2, C_n), n \geq 4$, batas atas untuk $\hat{r}_c(nK_2, P_4), n \geq 2$, dan nilai eksak untuk $\hat{r}_c(nK_2, P_4), 2 \leq n \leq 5$.

Faudree dan Erdös, 1981 membuktikan bilangan Ramsey-sisi $\hat{r}(mK_2, K_{1,t}) = mt$, untuk $m, t \geq 1$, dengan menunjukkan bahwa graf tak terhubung $mK_{1,t}$ memberikan batas atasnya. Termotivasi oleh ini Rahadjeng, Baskoro, dan Assiyatun, 2017 menentukan $\hat{r}_c(mK_2, K_{1,3})$, untuk $m \geq 2$. Kami juga memberikan batas atas untuk $\hat{r}_c(mK_2, C_4), m \geq 2$.

Dalam (Assiyatun, Rahadjeng, dan Baskoro, 2019) kami membuktikan bahwa $\hat{r}_c(2K_2, 2P_m) = 2m + 1$, untuk $m \geq 2$. Lebih jauh lagi, kami memberikan batas atas untuk $\hat{r}_c(nK_2, 2P_3)$ dengan mengontstruksi graf G pada Gambar 2.2. Untuk $m = 3, 4, 5, 6, 7, 8$, kami buktikan bahwa nilai eksaknya sama dengan batas atasnya. Selain itu, dibuktikan juga bahwa $\hat{r}_c(nK_2, 2K_{1,m}) = mn + m + n$, untuk $m, n \geq 3$.



Gambar 2.2 Batas atas untuk $\hat{r}_c(nK_2, 2P_3)$

2.3 Graf Ramsey Minimal

Jika pada bilangan Ramsey graf fokus kajian adalah pada penentuan orde minimum pada graf yang memenuhi sifat yang ditetapkan, pada topik kedua ini fokus dialihkan untuk menentukan semua graf yang memenuhi sifat tersebut.

Graf Ramsey minimal didefinisikan oleh Burr, Erdös, dan Lovasz, 1976. Misalkan diberikan sebarang dua graf G dan H, graf F disebut sebagai **graf Ramsey $(\boldsymbol{G}, \boldsymbol{H})$ − minimal** apabila dua syarat berikut terpenuhi:

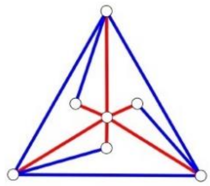
1. Jika sebarang pewarnaan merah-biru diberikan pada sisi graf F, maka F selalu memuat subgraf G merah atau subgraf H biru. Kondisi ini dinotasikan sebagai $F \rightarrow (G, H)$,
2. Jika sebarang sisi e di F dihapus, maka terdapat pewarnaan merah-biru pada sisi-sisi F sedemikian sehingga $F - e$ tidak memuat subgraf G merah maupun subgraf H biru.

Untuk suatu graf G dan H tertentu, jika graf F memenuhi dua syarat di atas, F merupakan anggota dari kelas Ramsey minimal untuk pasangan (G, H), yang dinotasikan oleh $\mathcal{R}(G, H)$. Secara umum, jika G dan H adalah graf terhubung, graf Ramsey $(G, H) -$ minimal juga terhubung.

Jika kita himpun semua graf yang memenuhi syarat 1) dan mengambil orde terkecil dan ukuran terkecil pada himpunan tersebut, orde terkecil ini adalah bilangan Ramsey graf $R(G, H)$, dan ukuran terkecil ini adalah bilangan Ramsey sisi $\hat{r}(G, H)$. Demikianlah keterkaitan antara konsep bilangan Ramsey graf/sisi dan graf Ramsey-minimal.

Berdasarkan kardinalitas anggotanya, kelas Ramsey-minimal terbagi menjadi kelas berhingga dan kelas tak berhingga. Burr dkk., 1978 membuktikan bahwa kelas $\mathcal{R}(mK_2, H)$ adalah kelas berhingga untuk graf H apapun, dengan mK_2 adalah graf padanan. Burr dkk. menyatakan bahwa secara umum menentukan graf yang menjadi anggota $\mathcal{R}(G, H)$ merupakan masalah yang sulit, meskipun pasangan (G, H) merupakan kelas berhingga.

Sebagai contoh, walaupun kelas $\mathcal{R}(mK_2, H)$ berhingga, kardinalitas himpunan ini tidak dibatasi oleh variasi m dan H. Pada artikel ini dibuktikan bahwa $\mathcal{R}(2K_2, K_3) = \{K_5, 2K_3, \Gamma\}$, dengan Γ diberikan pada Gambar 2.3.



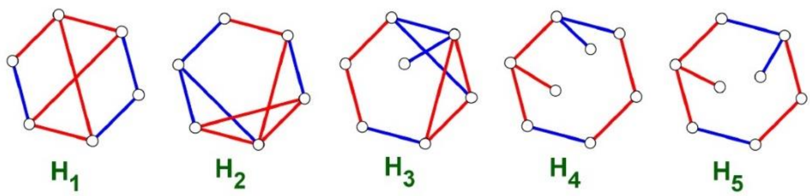
Gambar 2.3 Graf Γ

Pasangan graf (G, H) yang tergolong ke dalam kelas Ramsey-minimal tak berhingga pertama kali diperkenalkan oleh Nešetřil dan Rödl, 1978. Mereka membuktikan bahwa pasangan graf (G, H) adalah kelas tak berhingga jika salah satu dari kondisi berikut dipenuhi:

1) G dan H adalah graf 3-terhubung;
2) G dan H mempunyai bilangan kromatik paling sedikit tiga;
3) G dan H adalah hutan yang bukan merupakan gabungan dari graf bintang.

Muhshi dan Baskoro, 2012 memberikan karakterisasi dari $\mathcal{R}(3K_2, P_3)$ seperti yang diberikan pada Gambar 2.4.

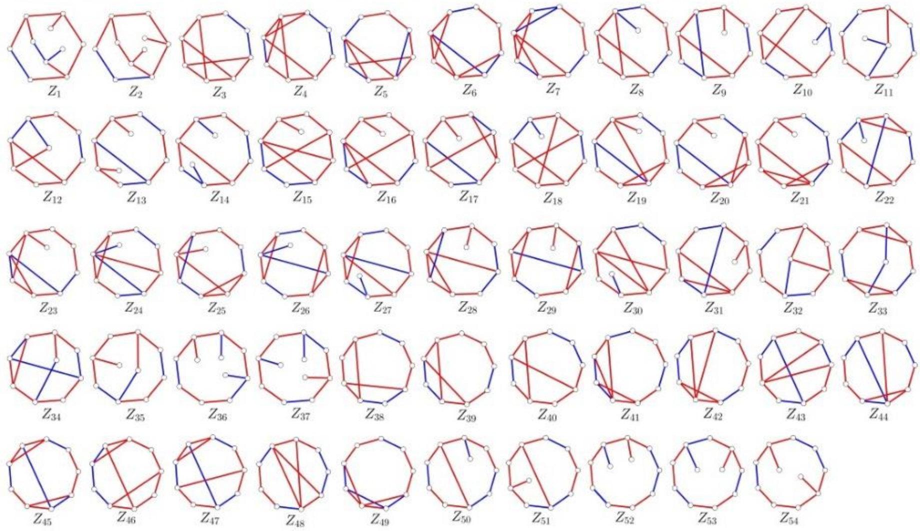
$$\mathscr{R}(3K_2, P_3) = \{3P_3, C_4 \cup P_3, C_5 \cup P_3, C_7, C_8, H_1, H_2, H_3, H_4, H_5\}.$$



Gambar 2.4 Karakterisasi $\mathcal{R}(3K_2, P_3)$

Melanjutkan hasil ini, Wijaya dkk., 2018 memberikan karakterisasi dari $\mathcal{R}(4K_2, P_3)$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 2.5.

$$\mathscr{R}(4K_2, P_3) = \{4P_3, C_4 \cup 2P_3, C_5 \cup 2P_3, 2C_4, 2C_5, C_4 \cup C_5, C_7 \cup P_3,$$
$$C_8 \cup P_3, H_1 \cup P_3, H_2 \cup P_3, H_3 \cup P_3, H_4 \cup P_3, H_5 \cup P_3\} \cup \{Z_i \mid i \in [1, 54]\} \cup \{C_{10}, C_{11}\}.$$

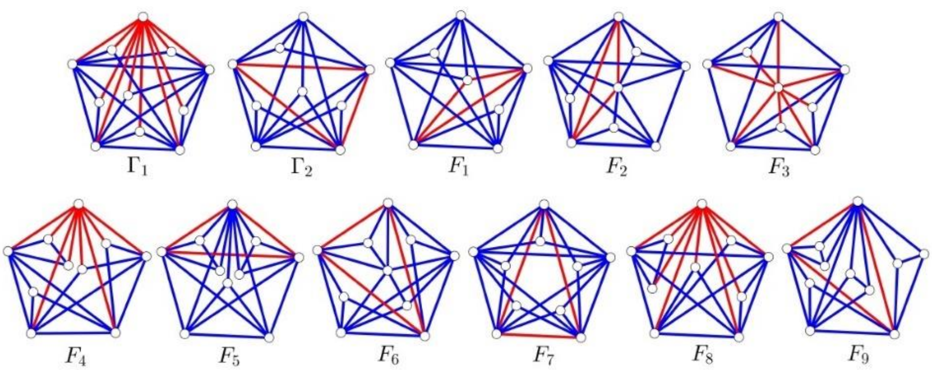


Gambar 2.5 Karakterisasi $\mathcal{R}(4K_2, P_3)$

Dari kedua hasil ini terlihat bahwa penambahan ukuran padanan berpengaruh secara signifikan pada kelas $\mathcal{R}(mK_2, H)$.

Melanjutkan hasil dari Burr dkk., 1978, Baskoro dan Wijaya, 2015, serta Wijaya dkk., 2015 mengarakterisasi $\mathcal{R}(2K_2, K_4)$ seperti yang diberikan pada Gambar 2.6.

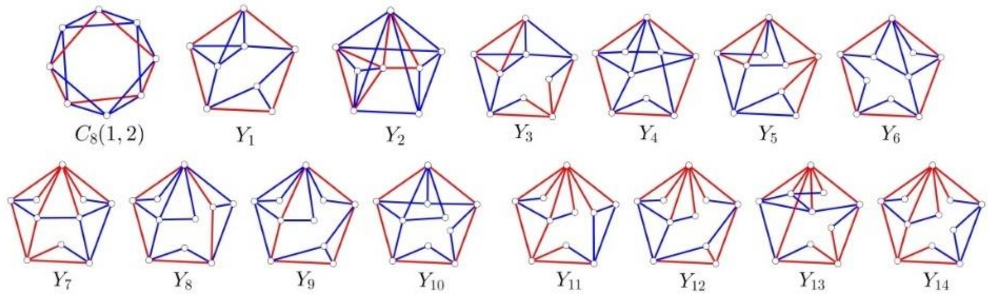
$$\mathscr{R}(2K_2, K_4) = \{2K_4, K_6, \Gamma_1, \Gamma_2, F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, F_8, F_9\}.$$



Gambar 2.6 Karakterisasi $\mathcal{R}(2K_2, K_4)$

Masih dalam kombinasi graf padanan dan graf lengkap, Wijaya dkk., 2016 mengarakterisasi $\mathcal{R}(3K_2, K_3)$ yang ditunjukkan pada Gambar 2.7.

$$\mathscr{R}(3K_2, K_3) = \{3K_3, K_5 \cup K_3, \Gamma \cup K_3, K_7, C_8(1,2), Y_1, Y_2, \ldots, Y_{14}\}.$$



Gambar 2.7 Karakterisasi $\mathcal{R}(3K_2, K_3)$

Dari hasil-hasil di atas, Wijaya dkk., 2017 menurunkan syarat cukup dan perlu bagi keanggotaan $\mathcal{R}(mK_2, H)$, yang dinyatakan pada Teorema 2.4 berikut.

Teorema 2.4 (Wijaya dkk., 2017) Misalkan H sebuah graf dan $m > 1$ sebuah bilangan bulat. Graf $F \in \mathcal{R}(mK_2, H)$ jika dan hanya jika dua kondisi berikut dipenuhi:

1) untuk setiap subhimpunan dengan k titik, $S_k \subseteq V(F)$ dan α_i subgraf terinduksi ganjil $F[S_{2i+1}]$ di F dengan $k + \sum_{i=1}^{m-1} i\alpha_i = m - 1$ dan $k, \alpha_i \in [0, m-1]$, sedemikian sehingga
$$F - S_k - E\left(\bigcup_{i=1}^{m-1} \alpha_i \, F(S_{2i+1})\right) \supseteq H,$$
2) untuk setiap $e \in E(F)$, terdapat subhimpunan dengan k titik, $S_k \subseteq V(F)$ dan α_i subgraf terinduksi ganjil $F[S_{2i+1}]$ di F dengan $k + \sum_{i=1}^{m-1} i\alpha_i = m - 1$ dan $k, \alpha_i \in [0, m-1]$, sedemikian sehingga
$$(F - e) - S_k - E\left(\bigcup_{i=1}^{m-1} \alpha_i \, F(S_{2i+1})\right) \nsupseteq H$$

Meskipun teorema ini telah memberikan karakterisasi bagi kelas $\mathcal{R}(mK_2, H)$, untuk graf H tertentu masih dibutuhkan penurunan syarat perlu dan cukup yang operasional.

Pada artikel yang sama Wijaya dkk., juga membuktikan bahwa graf Ramsey (mK_2, H)-minimal yang tak terhubung merupakan gabungan saling lepas dari graf Ramsey minimal terhubung pada kelas yang lebih kecil. Dengan demikian, karakterisasi graf Ramsey (mK_2, H) -minimal yang terhubung merupakan hal utama dalam karakterisasi kelas $\mathcal{R}(mK_2, H)$.

Wijaya dkk., 2020 memberikan suatu cara konstruksi yang sederhana, dengan melakukan operasi subdivisi, untuk mendapatkan graf Ramsey minimal yang baru dari graf Ramsey minimal yang telah diketahui. Misalkan $F \in \mathcal{R}(mK_2, P_4)$ dan misalkan pula $e \in E(F)$ adalah sebuah sisi yang termuat dalam sebuah siklus di F. Kami memberikan cara konstruksi graf Ramsey minimal yang baru dengan melakukan subdivisi sisi e sebanyak empat kali.

Baskoro, Wijaya, dan Ryan, 2022 menerapkan kembali Teorema 2.4 untuk mengarakterisasi semua graf unisiklis (memuat siklus tunggal) di dalam $\mathcal{R}(mK_2, P_4)$.

Pada kelas $\mathcal{R}(G, H)$ tak berhingga fokus penelitian lebih ditujukan pada teknik konstruksi atau karakterisasi subkelas tertentu.

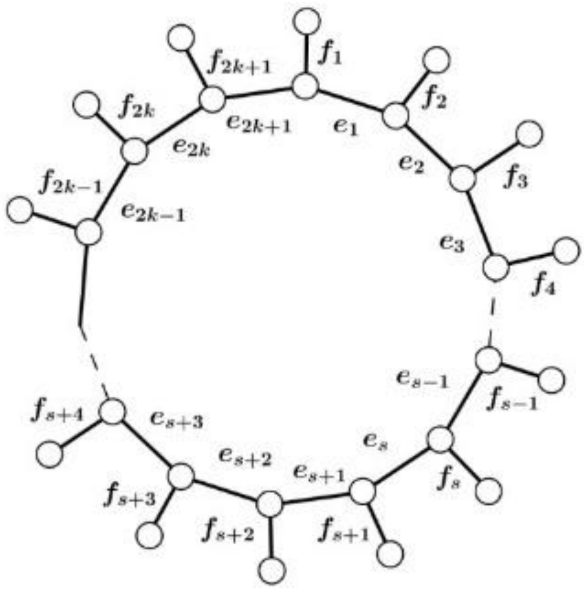
Sejalan dengan kriteria dari Nešetřil dan Rödl, 1978, $\mathcal{R}(P_m, P_n)$ adalah kelas tak berhingga.

Rahmadani, Baskoro, dan Assiyatun, 2015 mengontstruksi suatu keluarga dalam $\mathcal{R}(P_3, P_n), n \geq 6$. Secara khusus, kami memberikan sebuah keluarga tak berhingga pohon Ramsey (P_3, P_7)-minimal.

Dalam (Rahmadani, Baskoro, dan Assiyatun, 2016) kami menentukan graf Ramsey (P_3, P_6)-minimal berorde kecil. Secara khusus, kami mengarakterisasi semua graf Ramsey (P_3, P_6)-minimal berorde 6 dengan menganalisis barisan derajat titik-titiknya. Kami membuktikan bahwa graf Ramsey (P_3, P_6)-minimal memiliki diameter sedikitnya 2. Memanfaatkan hasil pada artikel sebelumnya, kami memberikan sebuah keluarga tak berhingga pohon Ramsey (P_3, P_6)-minimal.

Melanjutkan kajian graf Ramsey (P_3, P_n)-minimal, Rahmadani dkk., 2017 mengonstruksi keluarga tak berhingga pohon yang termasuk dalam $\mathcal{R}(P_3, P_n), n = 8, 9$. Dalam artikel ini kami juga memberikan sebuah algoritma untuk membangun keluarga tak berhingga pohon di dalam $\mathcal{R}(P_3, P_n), n \geq 10$.

Rahmadani dkk., 2018 membuktikan bahwa untuk setiap $n \geq m \geq 4$, semua anggota $\mathcal{R}(P_m, P_n)$ memuat siklus. Kami juga membuktikan bahwa untuk setiap $n > m \geq 4$, semua anggota $\mathcal{R}(P_m, P_n)$ memuat lebih dari dua siklus. Secara khusus, kami tunjukkan bahwa graf matahari Sun$(2k+1), k \geq 2$, adalah satu satunya graf unisiklis di dalam $\mathcal{R}(P_4, P_4)$ (lihat Gambar 2.8).



Gambar 2.8 Graf matahari Sun$(2k+1), k \geq 2$

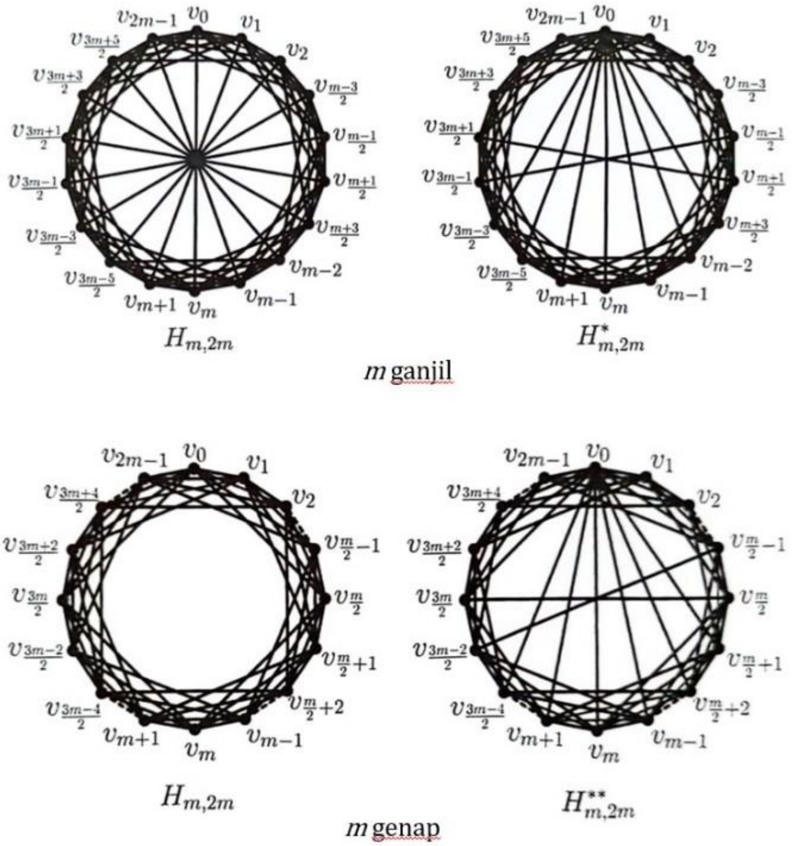
Burr dkk., 1982 menunjukkan bahwa $\mathcal{R}(G, K_{1,n})$ adalah kelas tak berhingga untuk $n \geq 2$ dan G graf 2-terhubung.

Borowiecki, Schiermeyer, dan Sidorowicz, 2005, berhasil mengarakterisasi semua graf Ramsey $(K_{1,2}, K_3)$-minimal. Vetrík, Yulianti, dan Baskoro, 2010, mengonstruksi suatu keluarga tak berhingga graf Ramsey $(K_{1,2}, C_4)$-minimal dengan diameter sedikitnya 4. Hadiputra dan Silaban, 2021 juga memberikan konstruksi untuk suatu keluarga tak berhingga graf Ramsey $(K_{1,2}, C_4)$-minimal.

Untuk panjang siklus yang lebih besar, Nabila, Baskoro, dan Assiyatun, 2022 mengontstruksi graf yang memenuhi syarat 1), yaitu $G \rightarrow (C_m, K_{1,2})$. Konstruksi ini adalah dengan melakukan modifikasi terhadap graf Harary $H_{m,2m}$. Tetapi syarat 2) keminimalan belum dapat dibuktikan. Pada Gambar

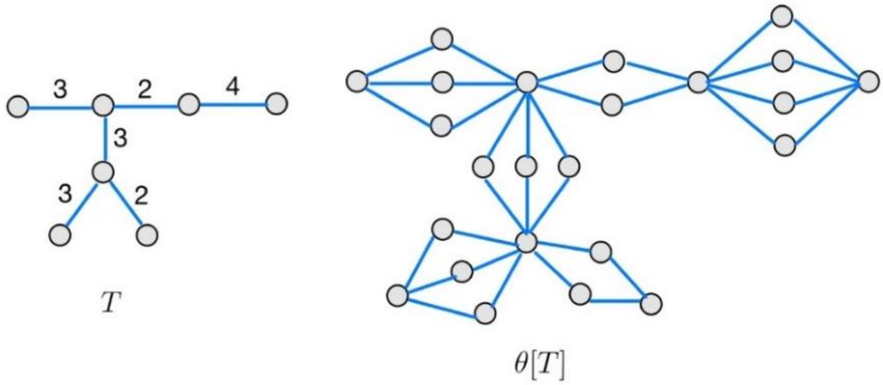
2.9 ditunjukkan graf Harary $H_{m,2m}$ dan modifikasinya $H^*_{m,2m}$ untuk kasus m ganjil, dan $H^{**}_{m,2m}$ untuk kasus m genap.

Pada artikel ini, kami juga mengontstruksi subkelas berhingga dari $\mathcal{R}(C_m, K_{1,2})$ berupa graf sirkulan untuk $m = 8, 9, 10$. Graf sirkulan ini merupakan graf Ramsey $(C_m, K_{1,2})$-minimal dengan orde terkecil.



Gambar 2.9 Graf Harary dan modifikasinya

Assiyatun, Nabila, dan Baskoro, 2023 mengontstruksi graf Ramsey $(C_4, K_{1,n})$-minimal dengan menggunakan konsep theta-graf. Diberikan graf G yang semua sisinya diboboti oleh bilangan bulat positif, graf $\theta[G]$ diperoleh dengan menggantikan sisi berbobot k di G dengan k buah lintasan panjang dua yang saling lepas. Dalam artikel ini kami membuktikan bahwa dengan memboboti sisi pohon T dengan bobot yang memenuhi distribusi tertentu, maka $\theta[T] \in \mathcal{R}(C_4, K_{1,n})$. Pada Gambar 2.10 ditunjukkan pohon berbobot-sisi T dan $\theta[T]$.



Gambar 2.10 Pohon berbobot-sisi T dan $\theta[T]$

Hasil yang dijelaskan sebelumnya ternyata dapat diperumum pada graf F sebarang. Dalam (Nabila, Baskoro, dan Assiyatun, 2024) kami membuktikan bahwa $\theta[F] \in \mathcal{R}(C_4, K_{1,n})$, untuk F graf yang sisi-sisinya diboboti dengan bilangan bulat positif yang memenuhi distribusi tertentu. Hasil ini dinyatakan dalam teorema berikut.

Teorema 2.5 (Nabila, Baskoro, dan Assiyatun, 2024) Misalkan p, q, n adalah bilangan asli dan F adalah sebarang graf berbobot-sisi yang mempunyai p titik dan q sisi $e_1, e_2, \dots, e_q$, dengan bobot sisi $a_1, a_2, \dots, a_q$, secara berturut-turut, untuk $n, q \geq 1$ dan $2 \leq a_i \leq 2n$. Pernyataan berikut berlaku.

(a) $\text{sum}(F) = (n-1)p + q + 1$; dan
(b) $\text{sum}(F') < (n-1)p_1 + q_1 + 1$ untuk setiap subgraf F' sejati dari F dengan p_1 titik dan q_1 sisi;

jika dan hanya jika $\theta[F]$ adalah graf Ramsey $(C_4, K_{1,n})$-minimal.

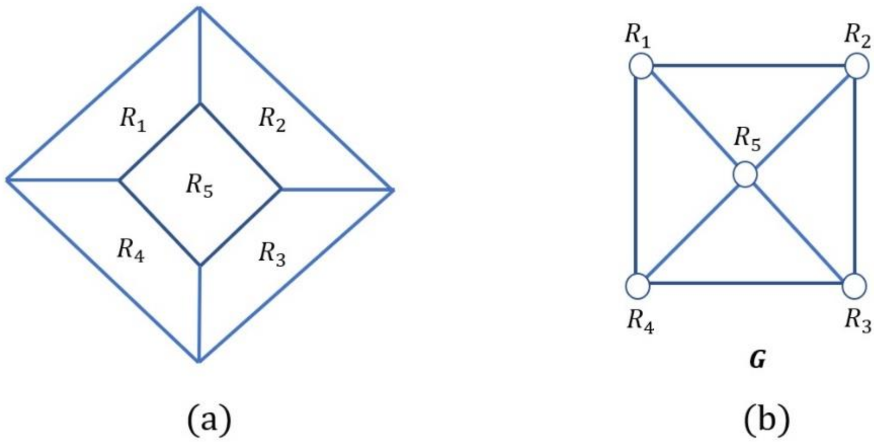
Dalam artikel ini kami juga membuktikan bahwa graf F berbobot yang memenuhi Teorema 2.5 dapat dimodifikasi menjadi graf baru F' yang juga tetap memenuhi syarat cukup dan perlu pada teorema tersebut. Modifikasi yang dapat dilakukan adalah menambahkan sisi pendan atau sisi yang menghubungkan dua titik yang belum bertetangga, atau melakukan operasi subdivisi. Operasi subdivisi ini dapat dilakukan berulang kali. Dengan demikian melalui operasi subdivisi ini dapat dihasilkan suatu keluarga tak berhingga yang termasuk dalam $\mathcal{R}\left(C_4, K_{1,n}\right)$.

3 IDENTIFIKASI TITIK PADA GRAF

3.1 Pendahuluan

Kita awali dengan sebuah contoh untuk memberikan ilustrasi konsep yang akan dibahas pada bab ini. Misalkan suatu gedung mempunyai lima ruangan R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 (perhatikan Gambar 3.1(a)). Jarak antara R_1 dan R_3 adalah 2, demikian juga jarak antara R_2 dan R_4. Jarak antara setiap dua ruangan lainnya adalah 1. Jarak antara suatu ruangan dengan dirinya sendiri adalah 0. Misalkan sebuah sensor berwarna merah ditempatkan pada salah satu ruangan. Jika kebakaran terjadi pada salah satu ruangan, sensor merah ini dapat mendeteksi jarak antara ruangan yang menyimpan sensor dan ruangan tempat terjadinya kebakaran. Sebagai contoh, misalkan sensor tersebut ditempatkan di R_1. Jika terjadi kebakaran di R_3, sensor menginformasikan bahwa kebakaran terjadi di ruangan yang berjarak 2 dari R_1, yaitu R_3, satu-satunya ruangan yang berjarak 2 dari R_1. Jika kebakaran terjadi di R_1, sensor memberitahukan bahwa ini terjadi di ruangan berjarak 0 dari R_1, yaitu R_1 sendiri. Tetapi saat kebakaran terjadi di tiga ruangan lainnya, maka sensor memberitahukan bahwa terjadi di ruangan berjarak 1 dari R_1. Dalam situasi ini, tidak dapat ditentukan tempat terjadinya kebakaran secara tepat. Lebih jauh lagi, tidak ada ruangan yang bisa dipakai untuk menempatkan sensor merah sehingga lokasi kebakaran dapat ditentukan dengan tepat.

Pada situasi lain, sensor merah ditempatkan di R_1 dan sensor biru ditempatkan di R_2, dan kebakaran terjadi di R_4. Sensor merah akan menginformasikan bahwa kebakaran terjadi di ruangan berjarak 1 dari R_1, sedangkan sensor biru menginformasikan ini terjadi di ruangan berjarak 2 dari R_2. Jadi dapat disimpulkan kebakaran terjadi di R_4 yang mempunya kode unik (1,2). Demikian juga jika kebakaran terjadi di ruangan lainnya. Setiap ruangan terindentifikasi oleh sensor merah dan biru, dan memiliki kode yang unik. Ini berarti dibutuhkan sedikitnya dua sensor untuk dapat mengidentifikasi setiap ruangan secara tepat. Walaupun dua sensor sudah memadai, penempatan keduanya harus diperhatikan. Sebagai contoh, kedua sensor ini tidak bisa ditempatkan di R_1 dan R_3, karena kode untuk R_2, R_4, dan R_5 adalah sama, yaitu (1,1). Jika terjadi kebakaran di salah satu dari ketiga ruangan ini, lokasinya tidak dapat ditentukan dengan tepat.



Gambar 3.1 Ilustrasi ruangan dan representasi graf

Gedung pada ilustrasi di atas dapat dimodelkan oleh sebuah graf G dengan ruangan diwakili oleh sebuah titik; dua titik dihubungkan oleh sebuah sisi, jika kedua ruangan yang diwakilinya mempunyai jarak 1 (lihat Gambar 3.1(b)). Untuk graf G pada Gambar 3.1(b), $\{R_1, R_2\}$ disebut sebagai **himpunan pembeda minimum**.

Konsep yang diceritakan di atas diperkenalkan oleh Slater, 1975; serta Harary dan Melter, 1976 dengan menggunakan istilah himpunan lokasi. Slater menggambarkan kegunaan dari konsep ini saat dia bekerja di *U.S Sonar and Coast Guard LORAN Stations.* Himpunan pembeda dari graf G adalah himpunan bagian W dari $V(G)$ sedemikian sehingga setiap titik di G memiliki representasi unik terhadap W.

Konsep ini juga diaplikasikan pada bidang kimia untuk mengklasifikasi himpunan data berukuran besar dari graf-graf kimia (Chartrand dkk., 2000a, Johnson, 1993). Pada bidang ini ikatan-ikatan molekul dalam suatu unsur atau senyawa kimia dapat digambarkan sebagai suatu graf. Pendataan ikatan molekul-molekul kimia dilakukan dengan mengklasifikasi struktur dari graf yang digambarkan. Permasalahan akan muncul jika graf kimia yang digambarkan adalah graf berukuran besar. Semakin besar graf kimia, semakin besar pula data yang perlu disimpan. Untuk memudahkan proses pendataan, digunakan konsep himpunan pembeda minimum dari graf-graf kimia yang berukuran besar.

Dalam (Chartrand, Salehi, dan Zhang, 2000b) representasi titik pada suatu graf terhubung G diperkenalkan dengan bentuk lain, yaitu melalui partisi dari $V(G)$ dan jarak antara setiap titik di G ke setiap kelas dalam partisi tersebut. Sebagai contoh, setiap titik graf G pada Gambar 3.1(b) dapat direpresentasikan secara unik menggunakan partisi dari $V(G)$, yaitu $\{\{R_1\},\{R_2\},\{R_3,R_4,R_5\}\}$ yang terdiri dari tiga kelas. Dapat ditunjukkan tidak terdapat partisi yang hanya terdiri dari dua kelas yang dapat mengidentifikasi setiap titik di G secara unik. Dengan demikian $\{\{R_1\},\{R_2\},\{R_3,R_4,R_5\}\}$ adalah suatu **partisi pembeda minimum** dari G.

Pada bab ini Penulis akan mengulas identifikasi titik pada graf berdasarkan penggunaan himpunan pembeda atau partisi pembeda.

3.2 Identifikasi Titik dengan Himpunan Pembeda

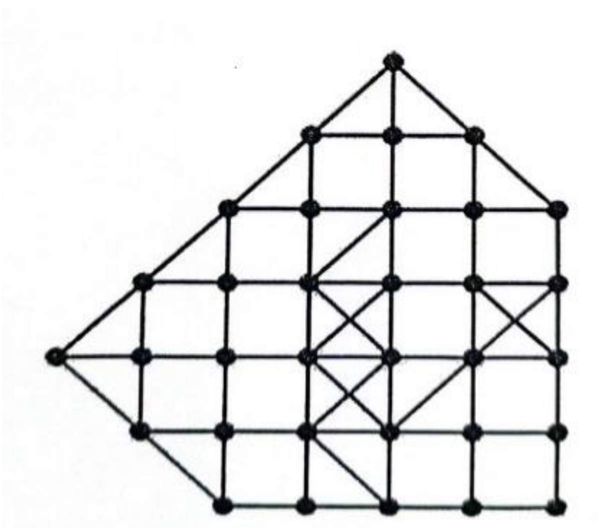
Misalkan G adalah suatu graf terhubung. Misalkan pula $W = \{w_1, w_2, \ldots, w_k\}$ adalah subhimpunan dari $V(G)$. Untuk setiap $v \in V(G)$, representasi titik v terhadap W dinyatakan sebagai k *-tuple* $r(v|W) = \big(d(v,w_1), d(v,w_2), \ldots, d(v,w_k)\big)$, dengan $d(v,w_i)$ adalah jarak (panjang lintasan terpendek) dari titik v ke titik w_i. Himpunan W disebut sebagai **himpunan pembeda** jika setiap titik di G memiliki representasi yang unik. G bisa memiliki lebih dari satu himpunan pembeda. Himpunan pembeda dengan kardinalitas minimum disebut **basis**. Kardinalitas dari suatu basis disebut sebagai **dimensi metrik** dari G, dinotasikan sebagai $\beta(G)$. Jelas bahwa untuk sebarang graf G berorde n, $1 \leq \beta(G) \leq n-1$. Yusmanov, 1987 memperbaiki batas atasnya menjadi $\beta(G) \leq n - D$, dengan D adalah diameter dari G.

Secara umum, penentuan dimensi metrik dari suatu graf adalah masalah-NP. Ini berarti tidak ada algoritma yang efisien yang dapat digunakan untuk menentukan basis dari sebarang graf. Oleh karena itu, pendekatan yang dilakukan oleh para peneliti dalam mengkaji dimensi metrik dari graf adalah dengan membatasi domain bahasan. Salah satu yang dilakukan adalah mengarakterisasi graf dengan dimensi metrik tertentu. Chartrand dkk., 2000a dan Khuller, Raghavachari, dan Rosenfeld, A., 1996 telah menunjukkan bahwa graf yang memiliki dimensi metrik 1 hanyalah graf lintasan P_n. Lebih jauh lagi Chartrand dkk., 2000a berhasil mengarakterisasi semua graf dengan n titik yang memiliki dimensi metrik $n-1$ atau $n-2$.

Teorema 3.1 (Chartrand dkk., 2000a) Misalkan G adalah graf terhubung dengan orde $n \geq 2$. . Maka berlaku bahwa:

i) $\beta(G) = 1$ jika dan hanya jika $G = P_n$;
ii) $\beta(G) = n-1$ jika dan hanya jika $G = K_n$;
iii) $\beta(G) = n-2$ jika dan hanya jika G adalah $K_{r,s}$ $(r, s \geq 1)$, $K_r + \overline{K_s}$ $(r \geq 1, s \geq 2)$, atau $K_r + (K_1 \cup K_s)(r, s \geq 1)$.

Khuller, Raghavachari, dan Rosenfeld, A., 1996 berhasil menunjukkan syarat perlu agar G memiliki dimensi metrik 2. Mereka membuktikan bahwa setiap graf G dengan $\beta(G) = 2$ tidak memuat subgraf $K_{3,3}$ maupun K_5. Ini adalah kondisi yang hampir mencapai karakterisasi graf planar dari Kuratoswski. Namun demikian tidak semua graf berdimensi 2 adalah graf planar. Mereka lebih lanjut menunjukkan bahwa terdapat graf non-planar dengan dimensi metrik 2, seperti yang diberikan pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Graf non-planar berdimensi metrik 2

Sudhakara dan Hemath Kumar, 2009 memberikan karakterisasi graf yang memiliki dimensi metrik 2 dengan mempartisi himpunan titiknya ke dalam kelas-kelas beranggotakan titik-titik berjarak sama pada suatu titik acuan. Hernando dkk., 2010 mengklasifikasi graf berorde n, berdiameter D, dan berdimensi metrik $n-D$. Berdasarkan batas atas dari Yusmanov, 1987, graf berdimensi metrik $n-3$ memiliki diameter kurang atau sama dengan 3. Dengan dilengkapi hasil pada (Hernando dkk., 2010), Jannesari dan Omoomi, 2011 berhasil mengarakterisasi semua graf berorde n dengan dimensi metrik $n-3$.

Pembatasan masalah dimensi metrik lainnya adalah dengan mengkaji kelas-kelas graf tertentu. Metrik dimensi graf pohon, selain lintasan, telah diperoleh oleh beberapa peneliti, menggunakan parameter yang sedikit berbeda (Slater, 1975, Harary dan Melter, 1976, Khuller dkk., 1996). Beberapa kelas graf lain yang telah ditentukan dimensi metriknya di antaranya adalah graf siklus C_n (Chartrand dkk., 2000a, Khuller dkk., 1996, Harary dan Melter, 1976), graf roda W_n (Buczkowski dkk., 2003; Shanmukha dkk., 2002), graf kipas F_n (Cáceres dkk., 2005).

Peneliti Indonesia mulai mengkaji topik metrik dimensi dengan menentukan metrik dimensi dari graf yang memuat pendan (titik berderajat 1) dan graf amalgamasi-titik dari siklus-siklus (lihat Iswadi dkk, 2008, Iswadi dkk, 2010). Simanjuntak, Uttunggadewa, dan Saputro, 2015 memperumum hasil ini dengan memberikan batas atas dan batas bawah untuk metrik dimensi untuk amalgamasi-titik dan amalgamasi-sisi dari sejumlah berhingga graf. Mereka juga menunjukkan bahwa batas atas dan batas bawah ini ketat dan mengontstruksi keluarga tak berhingga graf dengan metrik dimensi berada pada rentang batas bawah dan batas atas.

Saputro dkk., 2009 menentukan metrik dimensi graf k-partit lengkap sebagai berikut. Graf k-partit lengkap adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi k kelas, di mana setiap dua titik yang berada pada kelas yang berbeda dihubungkan oleh sebuah sisi, dan setiap dua titik yang berada dalam kelas yang sama tidak bertetangga.

Teorema 3.2 (Saputro dkk., 2009) Untuk $k \geq 2$, misalkan G adalah k-partit lengkap $K_{k_1,k_2,\dots,k_k}$ dengan $1 \leq k_1 \leq k_2 \leq \cdots \leq k_k$, memiliki m buah partit yang hanya terdiri atas satu titik, maka

$$\beta(G) = \begin{cases} |V(G)| - k + m - 1, \text{untuk } m > 0, \\ |V(G)| - k, \text{untuk } m = 0. \end{cases}$$

Dengan demikian Teorema 3.2 adalah perumuman hasil (Chartrand dkk., 2000a).

Sebagai bentuk pembatasan lainnya, banyak peneliti yang mengaplikasikan topik metrik dimensi pada graf-graf yang diperoleh melalui suatu operasi graf. Buczkowski dkk., 2003, Cáceres dkk., 2005, dan Shanmukha dkk., 2002 mengkaji metrik dimensi untuk graf hasil operasi tambah. Cáceres dkk., 2007, Khuller, Raghavachari, dan Rosenfeld, A., 1996 menentukan metrik dimensi dari hasilkali kartesius dua graf atau lebih. Saputro dkk., 2009 menentukan metrik dimensi graf hasilkali kartesius dengan graf lintasan. Iswadi dkk., 2011 dan Yero dkk., 2011 mengkaji metrik dimensi untuk operasi korona. Selanjutnya, Saputro dkk., 2013 menentukan metrik dimensi graf hasilkali leksikografik.

Sebagai penutup subbab ini, diberikan variasi lain dari metrik dimensi, yaitu bilangan dominasi-lokasi.

Misalkan G adalah graf terhubung, Himpunan $D \subseteq V(G)$ disebut himpunan dominasi dari G jika setiap titik v bertetangga dengan suatu titik di D. Kardinalitas dari himpunan dominasi terkecil disebut **bilangan dominasi** dari G, dinotasikan dengan $\gamma(G)$. Himpunan dominasi yang juga merupakan himpunan pembeda di G disebut **himpunan dominasi-lokasi-metrik** dari G. Kardinalitas himpunan dominasi-lokasi-metrik terkecil di G disebut **bilangan dominasi-lokasi-metrik**, dinotasikan dengan $\gamma_M(G)$.

Bilangan dominasi diperkenalkan pertama kali oleh Ore, 1962. Ore menerapkan himpunan dominasi pada masalah penempatan sesedikitnya mungkin ratu pada papan catur sehingga setiap kotak dikendalikan oleh sedikitnya satu ratu. Sejak itu himpunan dominasi telah banyak dikaji dan diaplikasikan di berbagai bidang, antara lain dalam komunikasi jaringan antar kota (Liu, 1968), pengawasan titik-titik dalam jaringan di bawah satu stasiun radar (Berge, 1973), model jaringan biologi (Haynes dkk., 2006), dan analisis jaringan komputer (Sasireka dan Kishore, 2014).

Dengan demikian himpunan dominasi yang sekaligus himpunan pembeda dapat diterapkan pada berbagai bidang. Misalnya pada alat pendeteksi ancaman, selain dapat menentukan lokasi ancaman, sekaligus dapat mengetahui lokasi terdekat untuk mengatasi ancaman tersebut.

Brigham dkk., 2003 telah menunjukkan hubungan antara bilangan dominasi $\gamma(G)$, dimensi metrik $\beta(G)$, dan bilangan dominasi-lokasi-metrik $\gamma_M(G)$ dari graf G berorde n sebagai berikut.

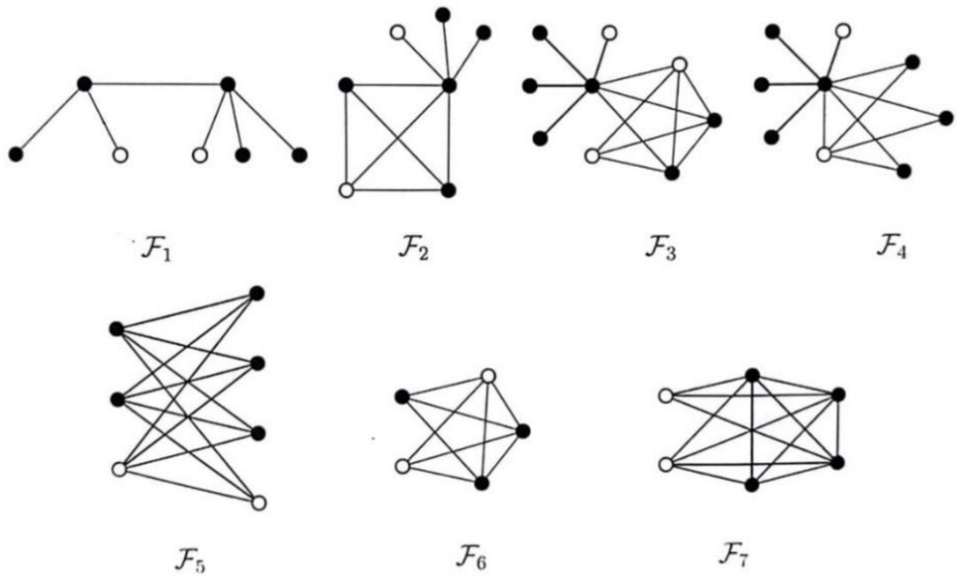
$$\max\{\gamma(G), \beta(G)\} \leq \gamma_M(G) \leq \min\{\gamma(G) + \beta(G), n-1\}. \quad (3\text{-}1)$$

Henning dan Oellermann, 2004 berhasil mengarakterisasi graf berorde n dengan bilangan dominasi-lokasi-metrik $n-1$ dan $n-2$.

Teorema 3.3 (Henning dan Oellermann, 2004) Misalkan G adalah graf terhubung dengan orde $n \geq 2$. Maka berlaku bahwa:

i) $\gamma_M(G) = n-1$ jika dan hanya jika $G = K_n$ atau $G = K_{1,n-1}$;
ii) $\gamma_M(G) = n-2$ jika dan hanya jika $G \in \bigcup_{i=1}^{7} \mathcal{F}_i$.

Contoh keluarga $\mathcal{F}_i, i = 1,2,\ldots,7$, diberikan pada Gambar 3.3, dengan titik berwarna hitam adalah himpunan dominasi-lokasi-metrik berorde $n-2$.



Gambar 3.3 Contoh keluarga $\mathcal{F}_i, i = 1,2,\ldots,7$

Pada artikel yang sama (Henning dan Oellermann, 2004) ditentukan pula bilangan dominasi-lokasi-metrik graf pohon, yang diekspresikan menggunakan banyaknya titik pendukung kuat (titik yang bertetangga dengan sedikitnya dua buah titik pendan) dan banyaknya titik pendan yang bertetangga dengan titik pendukung kuat. Mereka juga berhasil mengarakterisasi graf pohon T dengan $\gamma_M(T) = \gamma(T)$, yang berarti memenuhi batas bawah pada (3-1).

Dari (3-1) terlihat bahwa batas bawah dicapai saat himpunan pembeda minimum memuat himpunan dominasi minimum, atau sebaliknya. Atau dapat dikatakan jika salah satu dari kedua himpunan ini "mendominasi" himpunan yang lain. Sedangkan batas atas dicapai jika kedua himpunan saling lepas. Menarik untuk menyelidiki untuk graf G mana kedua himpunan ini sama kuat. Dugaannya adalah saat $\gamma_M(G) = \frac{1}{2}|V(G)|$.

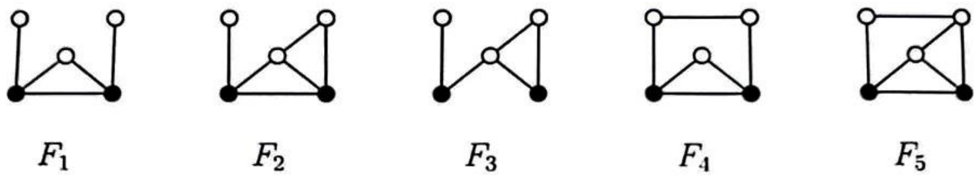
Zulfaneti dan Baskoro, 2021 mengontstruksi keluarga pohon T yang memenuhi $\gamma_M(T) = \frac{1}{2}|V(T)|$, yaitu pohon yang didapat melalui operasi korona dan graf ulat.

Selanjutnya Zulfaneti, Assiyatun, dan Baskoro, 2024 berhasil mengarakterisasi semua graf G dengan $\gamma_M(G) = 2$.

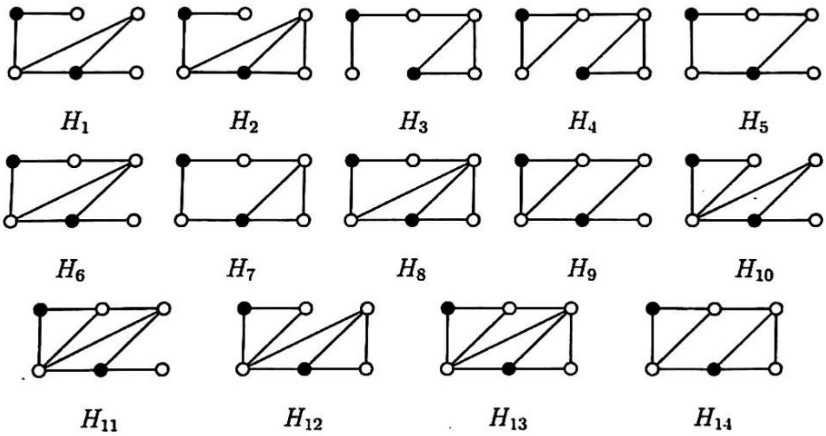
Teorema 3.4 (Zulfaneti, Assiyatun, dan Baskoro, 2024) Jika G adalah graf terhubung dengan orde $n \geq 3, \gamma_M(G) = 2$ jika dan hanya jika G adalah salah satu dari graf berikut.

i) $P_n, n = 3, 4, 5,$ dan 6;
ii) $K_1 + H$, dengan $H = \{P_2, P_2 \cup K_1, P_3, P_4, C_4, 2P_2\}$;
iii) $C_n, n = 4$ dan 5;
iv) F_i, dengan $F_i \in \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5\}$;
v) H_i, dengan $H_i \in \{H_1, H_2, \dots, H_{14}\}$;
vi) Q_i, dengan $Q_i \in \{Q_1, Q_2, Q_3\}$;
vii) R_i, dengan $R_i \in \{R_1, R_2, \dots, R_{17}\}$.

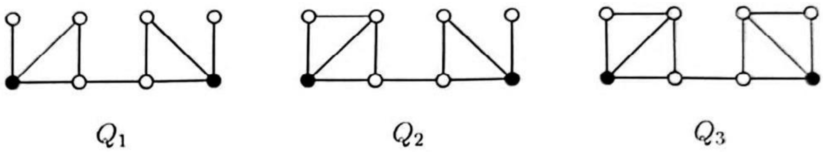
Graf pada poin iv), v), vi), dan vii) di Teorema 3.4 diberikan pada Gambar 3.4-3.7, dengan titik berwarna hitam adalah himpunan dominasi-lokasi-metrik berorde 2.



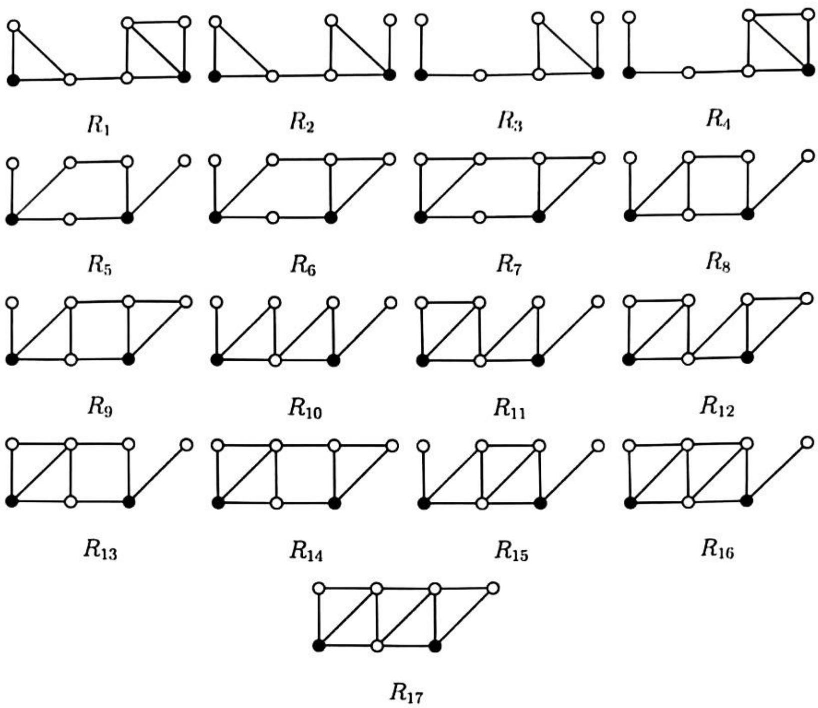
Gambar 3.4 Graf $F_i, i = 1,2, \dots, 5$



Gambar 3.5 Graf $H_i, i = 1,2, \ldots, 14$



Gambar 3.6 Graf $Q_i, i = 1,2,3$



Gambar 3.7 Graf $R_i, i = 1,2, \ldots, 17$

3.3 Identifikasi Titik dengan Partisi Pembeda

Untuk suatu subhimpunan tak kosong S dari $V(G)$ dan suatu titik v di G, jarak antara v dan $S, d(v,S)$, didefinisikan sebagai jarak terdekat dari v ke anggota dari S, atau $d(v,S) = \min\{d(v,s): s \in S\}$.

Misalkan G adalah suatu graf terhubung. Misalkan pula $\pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ adalah k-partisi terurut dari $V(G)$. Untuk setiap $v \in V(G)$, representasi titik v terhadap π dinyatakan sebagai k-*tuple* $r(v|\pi) = \big(d(v,S_1), d(v,S), \dots, d(v,S_k)\big)$. Partisi π disebut sebagai **partisi pembeda** jika setiap titik di G memiliki representasi yang unik. Bilangan terkecil k sehingga terdapat suatu k-partisi pembeda dari G disebut **dimensi partisi**, $\beta_p(G)$.

Chartrand, Salehi, dan Zhang, 2000b menunjukkan hubungan antara dimensi metrik dan dimensi partisi, dan juga karakterisasi dari graf berorde n yang memiliki dimensi partisi 2, n, dan $n-1$.

Teorema 3.5 (Chartrand, Salehi, dan Zhang, 2000b) Jika G adalah graf terhubung dengan orde $n \geq 2$, maka pernyataan berikut adalah benar.

i) $\beta_p(G) \leq \beta(G) + 1$;
ii) $\beta_p(G) = 2$ jika dan hanya jika $G = P_n$;
iii) $\beta_p(G) = n$ jika dan hanya jika $G = K_n$;
iv) $\beta_p(G) = n-1$ jika dan hanya jika $G = K_{1,n-1}, K_n - e$, atau $K_1 + (K_1 \cup K_{n-2})$.

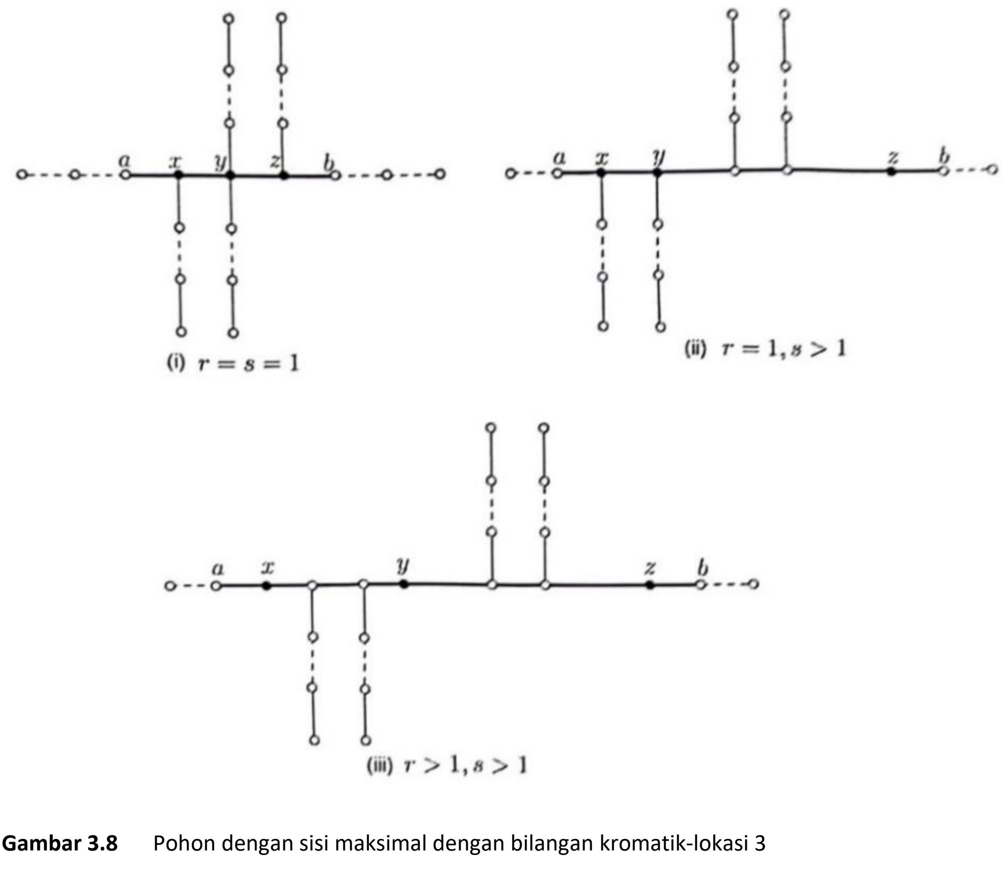
Tomescu, 2008 berhasil mengarakterisasi semua graf dengan $\beta_p(G) = n - 2$. Baskoro dan Haryeni, 2020 dan Haryeni, Ridwan, dan Baskoro, 2022 mengarakterisasi semua graf dengan $\beta_p(G) = n-3$. Baskoro dan Haryeni, 2020 juga sedikit mengoreksi hasil karakterisasi dari Tomescu, 2008.

Jika pada k-partisi pembeda dari graf G ditambahkan syarat bahwa setiap kelas adalah himpunan saling bebas (setiap dua titik tidak bertetangga), maka partisi pembeda yang seperti ini dinamakan **k-pewarnaan lokasi**. Hal ini karena partisi pembeda yang memenuhi syarat tambahan ini dapat dipandang sebagai partisi yang diinduksi oleh suatu pewarnaan titik (sejati) dari G. Bilangan terkecil k sehingga terdapat suatu k-pewarnaan lokasi dari G disebut **bilangan kromatik-lokasi**, $\chi_L(G)$.

Dalam kajian karakterisasi graf, Chartrand dkk., 2002 telah berhasil melakukan karakterisasi semua graf berorde n dengan bilangan kromatik-lokasi n, yaitu graf multipartit lengkap. Sedangkan karakterisasi graf dengan bilangan kromatik-lokasi $n-1$ diberikan oleh Chartrand dkk. 2003. Pada artikel yang sama, diberikan beberapa syarat perlu dan syarat cukup untuk graf dengan bilangan kromatik-lokasi $n-2$.

Karakterisasi graf yang memuat siklus dengan bilangan kromatik-lokasi 3 diberikan oleh Asmiati dan Baskoro, 2012. Sedangkan untuk karakterisasi graf pohon dengan bilangan kromatik-lokasi 3 diberikan oleh Baskoro dan Asmiati, 2013.

Teorema 3.6 (Baskoro dan Asmiati, 2013) Misalkan T adalah sebarang pohon yang memuat lintasan P. Graf pohon T mempunyai bilangan kromatik-lokasi 3 jika dan hanya jika T adalah sub-pohon dari salah satu pohon yang diberikan pada Gambar 3.8.

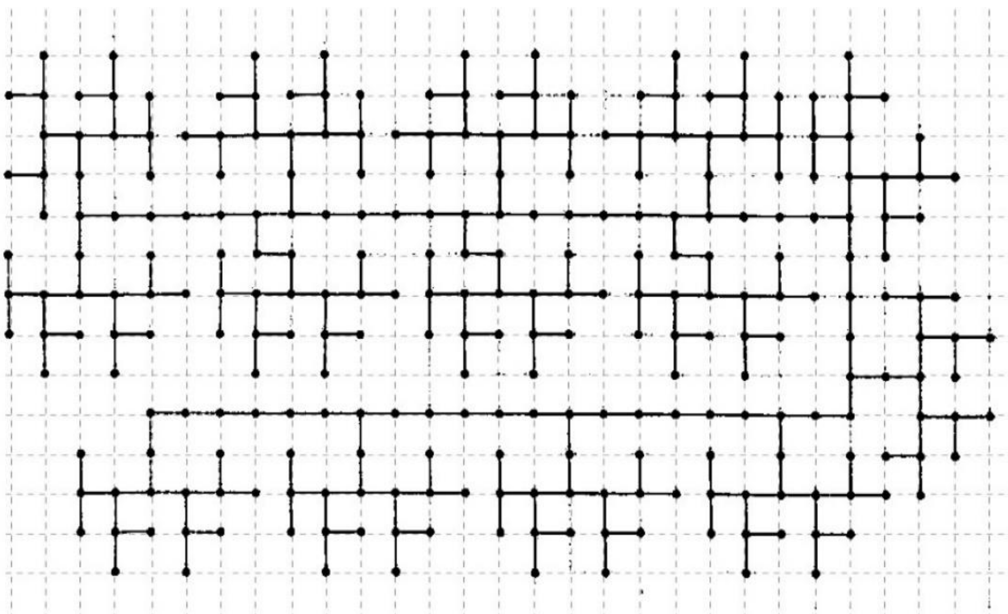


Gambar 3.8 Pohon dengan sisi maksimal dengan bilangan kromatik-lokasi 3

Lebih jauh lagi untuk kelas graf pohon, Asmiati, Baskoro, dan Assiyatun, 2011 memberikan bilangan kromatik-lokasi graf amalgamasi bintang (dengan cara meleburkan satu titik pendan dari masing-masing bintang). Asmiati dkk., 2012 menentukan bilangan kromatik-lokasi graf ulat, graf kembang api, dan graf pohon pisang. Sedangkan Syofyan, Baskoro, dan Assiyatun, 2013 menentukan bilangan kromatik-lokasi graf lobster homogen.

Masih dalam kelas graf pohon, Syofyan, Baskoro, dan Assiyatun, 2016 menentukan bilangan kromatik-lokasi graf pohon yang dapat ditempelkan pada grid dengan derajat maksimum 3. Kami tunjukkan pada untuk pohon T yang demikian, berlaku $3 \leq \chi_L(T) \leq 5$. Batas atas ini adalah ketat, dipenuhi oleh graf pohon T pada Gambar 3.9.

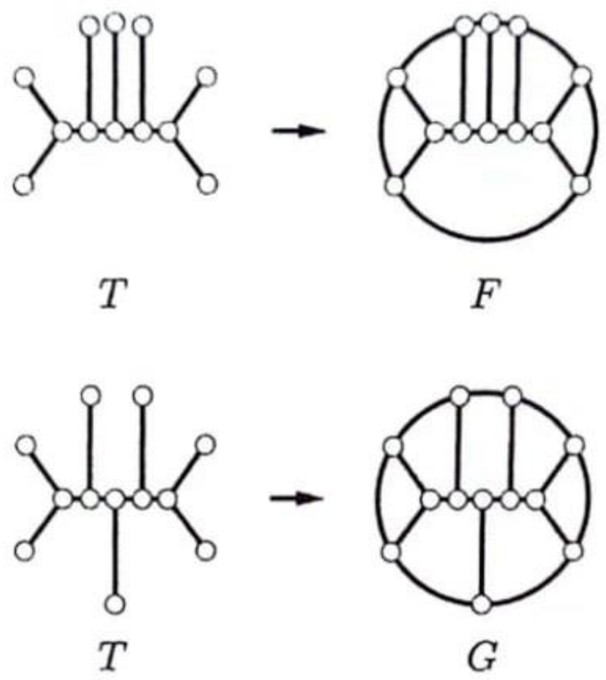
Selanjutnya, secara umum, Assiyatun, Syofyan, dan Baskoro, 2020 mengontstruksi sebuah algoritma untuk mendapatkan batas atas dari bilangan kromatik-lokasi graf pohon sebarang. Algoritma ini dibangun dengan cara mendekomposisi graf pohon menjadi subgraf ulat, dan menentukan batas atas berdasarkan bilangan kromatik-lokasi graf ulat yang telah diketahui dari Asmiati dkk., 2012.



Gambar 3.9 Pohon T dengan $\chi_L(T) = 5$

Misalkan T adalah graf pohon yang tidak memiliki titik berderajat dua dan paling sedikit berorde empat. **Graf Halin** $H[T]$ adalah graf planar yang dikonstruksi dari suatu gambar planar T dengan menghubungkan semua titik berderajat satu di T menjadi sebuah siklus. Graf planar adalah graf yang dapat digambarkan dalam bidang datar tanpa ada sisi yang saling berpotongan. dalam penggambaran graf planar, bidang terpartisi menjadi daerah-daerah yang disebut sebagai *muka dalam* (terbatas, sedikitnya ada satu) dan *muka luar* (tak terbatas, ada tepat satu).

Penggambaran graf Halin unik bergantung kepada pemilihan gambar planar dari pohonnya. Perhatikan Gambar 3.10. Graf F dan G adalah dua graf Halin berbeda yang diperoleh dari pohon T yang sama, tetapi digambarkan planar secara berbeda. Graf Halin memiliki sifat istimewa, antara lain bersifat 3-terhubung dan memiliki siklus Hamilton.



Gambar 3.10 Pohon T dengan $H[T] = F$ dan $H[T] = G$ yang tidak isomorfik

Purwasih dkk., 2016 mengarakterisasi semua graf Halin yang memiliki 3, 4, 5, 6, atau 7 muka dalam dan menentukan bilangan kromatik-lokasinya. Purwasih dkk., 2017 memberikan batas bawah untuk bilangan kromatik-lokasi graf Halin, yaitu bilangan kromatik-lokasi dari subgraf kipas terbesar yang termuat di dalamnya. Pada artikel yang sama, kami juga menentukan bilangan kromatik-lokasi graf bintang ganda.

Mengikuti gagasan menggabungkan konsep himpunan dominasi dan himpunan pembeda, Hernando, Mora, dan Pelayo, 2019, memperkenalkan konsep partisi dominasi dan dimensi partisi dominasi. Misalkan G adalah suatu graf terhubung. Misalkan pula $\pi = \{S_1, S_2, \ldots, S_k\}$ adalah k-partisi terurut dari $V(G)$. Partisi π disebut **partisi dominasi** jika untuk setiap $v \in V(G), d(v, S_j) = 1$, untuk suatu $j \in \{1, 2, \ldots, k\}$. Bilangan terkecil k sehingga terdapat suatu k-partisi dominasi dari G disebut **bilangan dominasi-partisi**, $\eta(G)$. Jika suatu k-partisi terurut di G adalah partisi dominasi sekaligus partisi pembeda, partisi tersebut dinamakan **partisi pembeda-dominasi.** Bilangan terkecil k sehingga terdapat suatu k-partisi pembeda-dominasi dari G disebut **dimensi partisi-dominasi**, $\eta_p(G)$. Dalam artikel tersebut, Hernando dkk. membuktikan hubungan antara dimensi partisi-dominasi $\eta_p(G)$, dimensi partisi $\beta_p(G)$, dan bilangan dominasi-lokasi-metrik $\gamma_M(G)$.

Teorema 3.7 (Hernando dkk., 2019) Jika G adalah graf terhubung dengan orde $n \geq 2$, maka pernyataan berikut adalah benar.

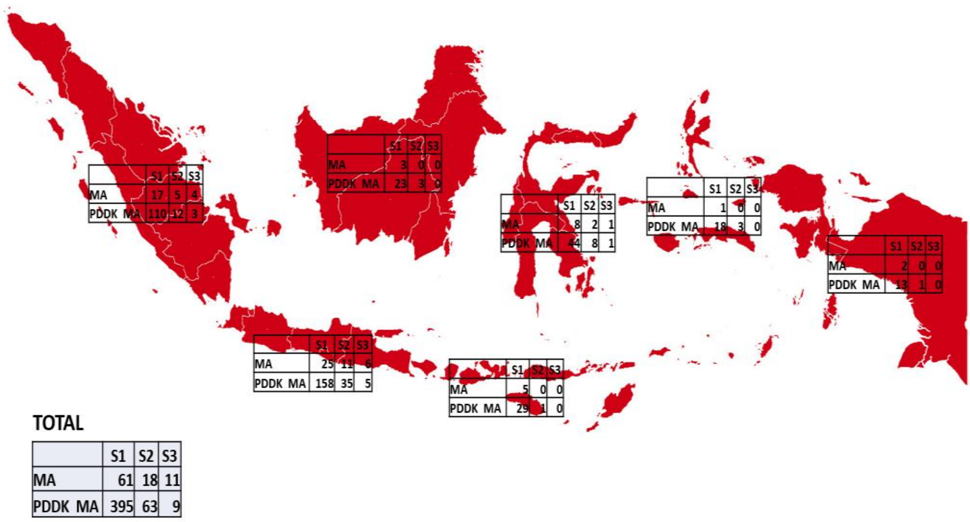
i) $\beta_p(G) \leq \eta_p(G) \leq \beta_p(G) + 1$.

ii) $\eta_p(G) \leq \gamma_M(G) + 1$.

Dari bagian i) Teorema 3.7 kita dapatkan bahwa hanya ada dua pilihan nilai untuk $\eta_p(G)$. Ridwan, Baskoro, dan Assiyatun, 2023 memberikan beberapa kelas graf G yang memenuhi $\eta_p(G) = \beta_p(G)$, dan beberapa kelas graf G yang memenuhi $\eta_p(G) = \beta_p(G) + 1$. Kami buktikan bahwa semua pohon T dengan $\chi_L(G) = 3$, kecuali graf lintasan, memenuhi $\eta_p(T) = \beta_p(T)$. Sedangkan jika G adalah graf berorde $n \geq 5$ yang memiliki tepat satu titik yang bertetangga dengan k titik pendan, dengan $\lceil n/2 \rceil \leq k \leq n - 3$, kami tunjukkan bahwa $\eta_p(G) = \beta_p(G) + 1$.

4 PETA MATEMATIKA INDONESIA

Pada bab ini Penulis ingin mengajak para pembaca untuk melihat peta matematika Indonesia. Ada potret-potret yang membangkitkan semangat dan keyakinan diri, tetapi masih banyak potret yang membuat kita mawas diri, harus berpikir dan bekerja keras untuk menghindarkan kita, Bangsa Indonesia, dari kondisi yang memprihatinkan dan membawa keterpurukan.



Gambar 4.1 Distribusi Prodi Matematika dan Pendidikan Matematika di Indonesia (Sumber: situs BAN-PT)

Bab ini dibagi menjadi dua bagian, yang pertama adalah peta bidang penelitian dan yang kedua adalah peta bidang pendidikan. Pada Gambar 4.1 disajikan data program studi (prodi) Matematika dan Pendidikan Matematika, untuk strata S-1, S-2, dan S-3, di Indonesia yang terakreditasi oleh BAN-PT. Inilah institusi-institusi pendidikan yang menghasilkan (mayoritas) guru, dosen, dan peneliti bidang Matematika dan Pendidikan Matematika di Indonesia. Sebagaimana terlihat pada Gambar 4.1. mayoritas prodi adalah Pendidikan Matematika (S-1), sebagian besar berada di Jawa dan Sumatra. Dari sisi status perguruan tinggi penyelenggara, 75% prodi S-1 Pendidikan Matematika berstatus swasta, sementara hampir 100% prodi S-1 Matematika berstatus negeri. Untuk S-2 Pendidikan Matematika, proporsi prodi yang berstatus negeri dan swasta hampir berimbang. S-2 Matematika dan S-3 sepenuhnya berstatus negeri.

4.1 Peta Pendidikan Matematika

Pada bagian ini potret akan difokuskan pada pendidikan matematika tingkat dasar dan menengah. *Program for International Student Assessment*, disingkat PISA, adalah studi penilaian tingkat internasional yang diselenggarakan oleh OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development)*. Program ini mengevaluasi sistem pendidikan di dunia dengan mengukur performa akademik pelajar sekolah berusia 15 tahun pada bidang matematika, sains, dan literasi membaca. PISA pertama kali dilaksanakan pada tahun 2000, dan diselenggarakan setiap tiga tahun. Tujuannya adalah untuk menyediakan data yang dapat dibandingkan agar negara-negara dapat memperbaiki kebijakan pendidikan dan meningkatkan kualitas pendidikan mereka. Program penilaian ini mengukur kemampuan kognisi dan pemecahan masalah. Pada Tabel 4.1 disajikan pencapaian Indonesia pada PISA sejak keikutsertaan di tahun 2000.

Bidang matematika belum pernah menembus skor 400. Walau secara peringkat naik, tetapi secara skor absolut masih dalam rentang yang sama. Beberapa fakta penting tentang pencapaian Indonesia pada PISA 2022 disampaikan Avvisati dan Ilizaliturri, 2023.

a) Hasil terakhir 2022 adalah yang terendah untuk ketiga bidang selama keikutsertaan.
b) Hanya 18% siswa mencapai setidaknya tingkat kemahiran 2 dalam matematika, jauh lebih rendah dibandingkan rata-rata negara-negara OECD (rata-rata OECD: 69%). Dalam tingkat kemahiran minimal ini siswa dapat menafsirkan dan mengenali, tanpa instruksi langsung, bagaimana situasi sederhana dapat direpresentasikan secara matematis (misalnya membandingkan total jarak pada dua rute alternatif, atau mengkonversi harga ke dalam mata uang yang berbeda). Lebih dari 85% siswa di Singapura, Makau (Tiongkok), Jepang, Hong Kong (Tiongkok), Tionghoa Taipei, dan Estonia (dalam urutan menurun) berprestasi pada level ini atau lebih tinggi.
c) Hampir tidak ada siswa di Indonesia yang berprestasi terbaik dalam matematika, artinya mereka mencapai Level 5 atau 6 dalam tes

matematika PISA (rata-rata OECD: 9%). Enam negara Asia memiliki jumlah siswa terbesar yang melakukan hal tersebut: Singapura (41%), Tionghoa Taipei (32%), Makau (Tiongkok) (29%), Hong Kong (Tiongkok) (27%), Jepang (23%) dan Korea (23%). Pada tingkat ini, siswa dapat memodelkan situasi yang kompleks secara matematis, dan dapat memilih, membandingkan dan mengevaluasi strategi pemecahan masalah yang tepat untuk menghadapinya. Hanya di 16 dari 81 negara yang berpartisipasi dalam PISA 2022, lebih dari 10% siswanya mencapai kemahiran Level 5 atau 6.

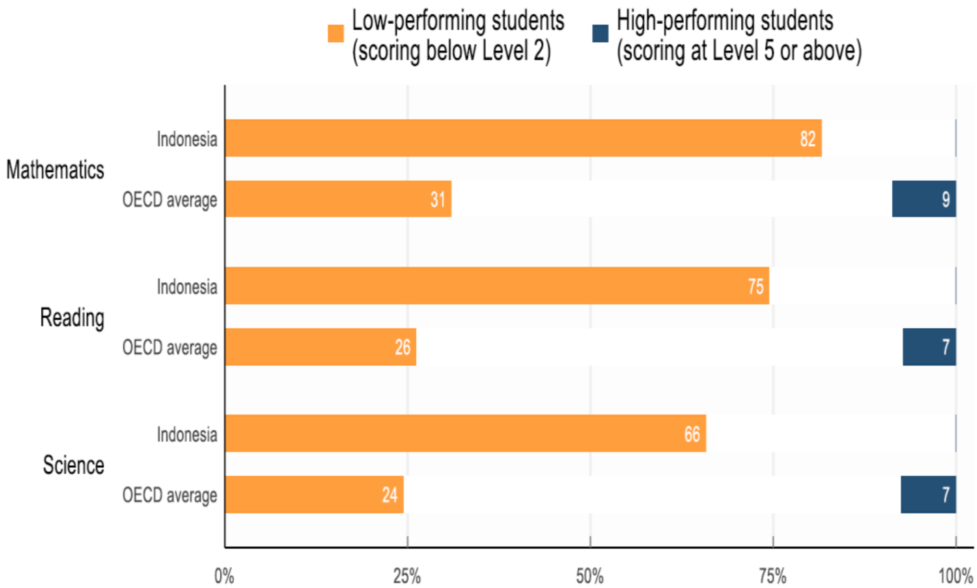
Tabel 4.1 Pencapaian Indonesia pada PISA 2000-2022 (Sumber: Situs OECD)

	2000		*2003*		*2006*		*2009*	
	SCORE/ MEAN	*RANK /OF*	*SCORE/ MEAN*	*RANK/OF*	*SCORE/ MEAN*	*RANK/OF*	*SCORE /MEAN*	*RANK/OF*
MATH	*367/500*	*39/41*	*360/500*	*38/40*	*391/500*	*50/57*	*371/500*	*57/65*
READING	*371/500*	*39/41*	*282/500*	*39/40*	*393/500*	*48/56*	*402/500*	*57/65*
SCIENCE	*393/500*	*38/41*	*395/500*	*38/40*	*393/500*	*50/57*	*383/500*	*57/65*
	2012		*2015*		*2018*		*2022*	
	SCORE/ MEAN	*RANK/OF*	*SCORE/ MEAN*	*RANK/OF*	*SCORE/ MEAN*	*RANK/OF*	*SCORE /MEAN*	*RANK/OF*
MATH	*375/494*	*64/65*	*386/490*	*64/72*	*379/489*	*74/79*	*366/472*	*66/77*
READING	*396/496*	*64/65*	*397/493*	*64/72*	*371/487*	*74/79*	*359/476*	*65/75*
SCIENCE	*382/510*	*64/65*	*403/493*	*64/72*	*396/489*	*74/79*	*383/485*	*64/78*

Dari Butir b) tergambar bahwa 82% siswa Indonesia hanya mencapai di bawah Level 2 untuk bidang matematika. Secara lengkap, capaian mayoritas siswa Indonesia diberikan pada Gambar 4.2 (Avvisati dan Ilizaliturri, 2023). Penulis menduga ada korelasi tinggi di antara pencapaian sangat rendah ketiga bidang ini.

Selanjutnya kita lihat potret lain yang lebih cerah. *International Mathematical Olympiad* (IMO) merupakan kompetisi matematika tingkat dunia untuk siswa sekolah menengah atas dan diadakan setiap tahun di negara yang berbeda. IMO pertama diadakan pada tahun 1959 di Rumania, dengan tujuh negara berpartisipasi. Secara bertahap telah berkembang, menjadi lebih dari seratus negara dari lima benua. Setiap tim peserta IMO terdiri dari enam siswa.

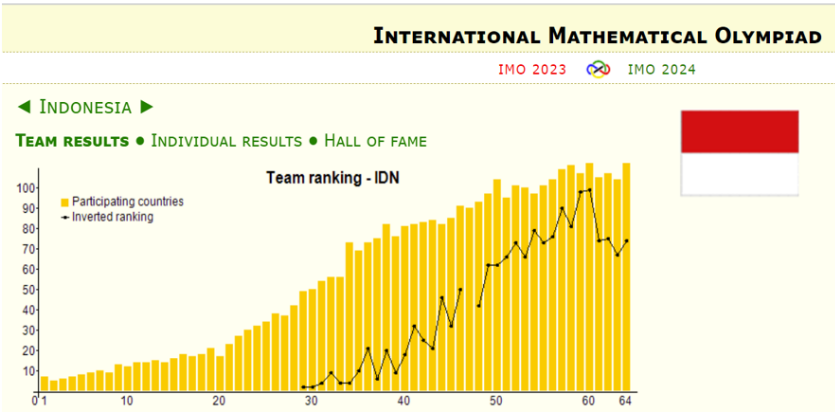
Indonesia mengikuti IMO (*International Mathematics Olympiad*) sejak 1988. Mulai awal tahun 2000-an perekrutan tim IMO Indonesia dilakukan secara berjenjang melalui Olimpiade Sains Nasional (OSN) tingkat sekolah, kota/kabupaten, provinsi, dan terakhir nasional. Dari pemenang OSN tingkat nasional dipilih calon tim IMO Indonesia. Calon tim IMO Indonesia akan menjalani serangkaian pelatihan dan seleksi sehingga akhirnya terbentuk tim IMO Indonesia terdiri dari enam siswa. Dapat dibayangkan bahwa keenam siswa ini adalah *cream of the cream*. Dengan melihat potret suram hasil PISA, bagaimana performansi tim IMO Indonesia? Pada Gambar 4.3 terlihat bahwa perfomansi tim IMO Indonesia secara umum semakin baik. Secara rata-rata berada pada posisi 65-70%. Sejak 2011 selalu bisa meraih medali perak, dan sudah beberapa kali meraih medali emas.



Gambar 4.2 Capaian terendah dan tertinggi Indonesia pada PISA 2022

Bagaimana kita melihat kaitan kedua potret ini? Jika pendidikan dasar matematika kita lebih baik, kegiatan OSN akan dapat melibatkan lebih banyak siswa dengan kompetensi matematika yang baik. Hasil pada IMO juga akan mengikuti, menjadi lebih baik. Perlu dicatat, keikutsertaan ataupun kemenangan dalam olimpiade bukan merupakan tujuan akhir. Tujuan utama dan akhir adalah menyediakan sistem pendidikan yang berkualitas tinggi, untuk dapat membangun generasi penerus bangsa yang cerdas dan tangguh, siap menghadapi tantangan bonus demografi Indonesia 2045.

Dua hal kunci bagi perbaikan pendidikan dasar adalah kurikulum dan guru. Tetapi jika harus diprioritaskan, yang lebih mendesak adalah peningkatan kompetensi guru. Kurikulum hanyalah sebuah dokumen. Sebaik apapun kurikulum disusun, jika guru sebagai eksekutor tidak memiliki kompetensi yang memadai, kurikulum tidak bisa menjalankan perannya sebagai kendaraan untuk siswa/pemelajar bertransformasi.



Year	Team size			P1	P2	P3	P4	P5	P6	Total	Rank		Awards			
	All	M	F								Abs.	Rel.	G	S	B	HM
2023	6	5	1	42	22	2	42	20	0	128	39	65.77%	0	1	3	2
2022	6	4	2	39	33	7	42	30	0	151	38	64.08%	0	1	4	1
2021	6	5	1	41	1	1	42	14	0	99	33	69.81%	0	2	4	0
2020	6	6	0	42	23	8	33	22	2	130	32	70.19%	2	0	2	2
2019	6	6		40	38	1	40	35	6	160	14	88.29%	1	4	1	0
2018	6	6		42	38	3	42	36	10	171	10	91.51%	1	5	0	0
2017	6	6		40	22	0	42	4	0	108	31	72.73%	0	2	3	1
2016	6	6		42	17	0	42	21	8	130	20	82.41%	0	3	3	0
2015	6	6		36	5	1	42	16	0	100	29	72.82%	0	2	4	0
2014	6	5	1	40	30	0	42	14	0	126	29	72.00%	0	2	3	1
2013	6	5	1	42	12	16	42	26	0	138	19	81.25%	1	1	4	0
2012	6	5	1	39	12	0	35	12	2	100	35	65.66%	0	1	3	1
2011	6	6		41	2	6	36	27	2	114	29	72.00%	0	2	4	0
2010	6	6		42	14	1	42	6	0	105	30	69.15%	0	1	4	1
2009	6	6		35	13	1	19	16	0	84	43	59.22%	0	0	4	1
2008	6	5	1	32	21	0	26	9	0	88	36	63.54%	0	1	2	2
2007	6	6		13	10	1	35	10	0	69	52	44.57%	0	1	0	4
2005	6	6		23	6	7	23	11	0	70	42	54.44%	0	0	3	0
2004	6	2		26	5	1	14	13	2	61	54	36.90%	0	0	1	3
2003	6	1		11	8	0	29	22	0	70	37	55.56%	0	0	2	4
2002	6	2		2	8	0	19	9	0	38	64	24.10%	0	0	1	1
2001	6	5	1	11	0	0	14	11	0	36	59	29.27%	0	1	0	1
2000	6	5	1	23	5	1	22	1	2	54	51	38.27%	0	0	2	0
1999	6	1		15	3	6	6	2	3	35	64	21.25%	0	0	0	0
1998	5			11	0	2	3	0	0	16	68	10.67%	0	0	0	0
1997	6			4	23	1	6	10	0	44	63	23.46%	0	0	0	3
1996	6			6	0	3	0	1	1	11	70	6.76%	0	0	0	0
1995	6			31	0	1	7	29	0	68	53	27.78%	0	0	1	3
1994	6			3	28	2	9	3	1	46	60	13.24%	0	0	0	3
1993	6			1	4	0	2	6	2	15	70	4.17%	0	0	0	0
1992	6			3	3	4	11	1	0	22	53	5.45%	0	0	0	0
1991	6	5	1	11	5	4	0	10	0	30	48	14.55%	0	0	0	1
1990	6			11	1	12	4	10	2	40	51	5.66%	0	0	0	0
1989	6			6	8	0	6	0	1	21	49	2.04%	0	0	0	0
1988	3	2	1	2	0	2	0	2	0	6	48	2.08%	0	0	0	0

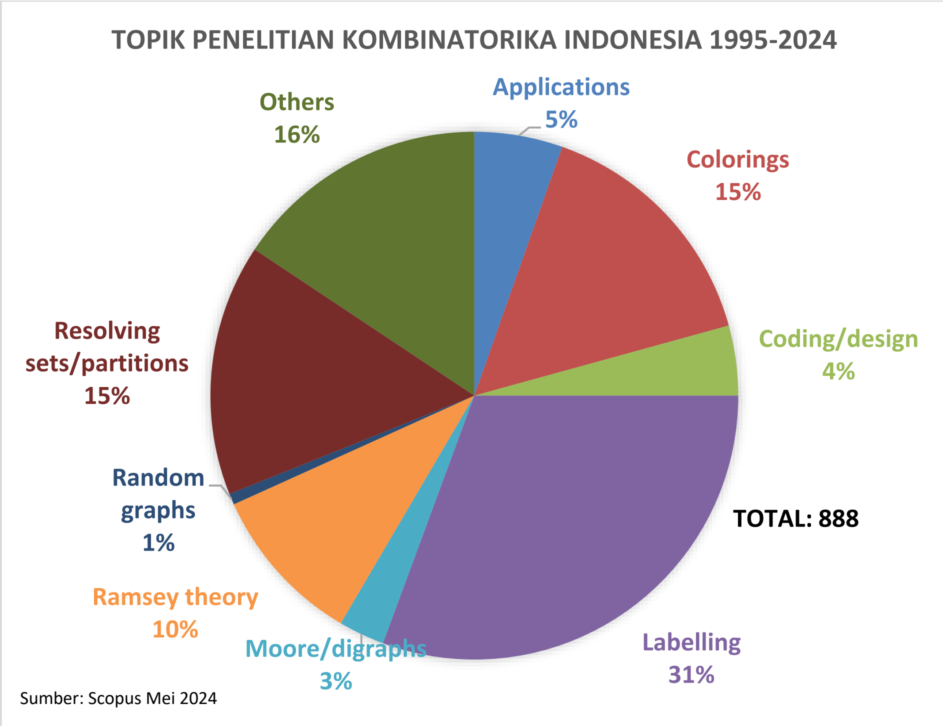
Gambar 4.3 Rekam jejak Tim IMO Indonesia (Sumber: situs IMO)

Jika kita cermati kembali data pada Gambar 4.1, jumlah prodi S-1 Pendidikan Matematika yang cukup besar menunjukkan animo/kebutuhan masyarakat yang tinggi. Penulis menduga biaya pendidikan yang relatif terjangkau untuk prodi S-1 Pendidikan Matematika menjadi salah satu alasan terjadinya fenomena ini. Dengan berbekal ijazah sarjana pendidikan matematika, ada harapan bahwa sedikitnya mereka dapat menjadi guru, dengan menyadari bahwa profesi guru/dosen di Indonesia belum mendapat penghargaan yang layak.

Jumlah prodi Pendidikan Matematika dan Matematika yang cukup besar menjadi potensi sekaligus PR besar bagaimana prodi-prodi ini menghasilkan calon guru yang kompeten. *Intake* yang bagus dan bermotivasi tinggi adalah salah satu faktor penting dalam keberhasilan pendidikan. Salah satu kunci untuk mendapatkan *intake* yang baik adalah menjadikan guru/dosen sebagai profesi yang diidamkan banyak siswa, bukan profesi sebagai pilihan terakhir. Pemerintah harus menyediakan jalur karier dan penghargaan yang layak bagi guru/dosen.

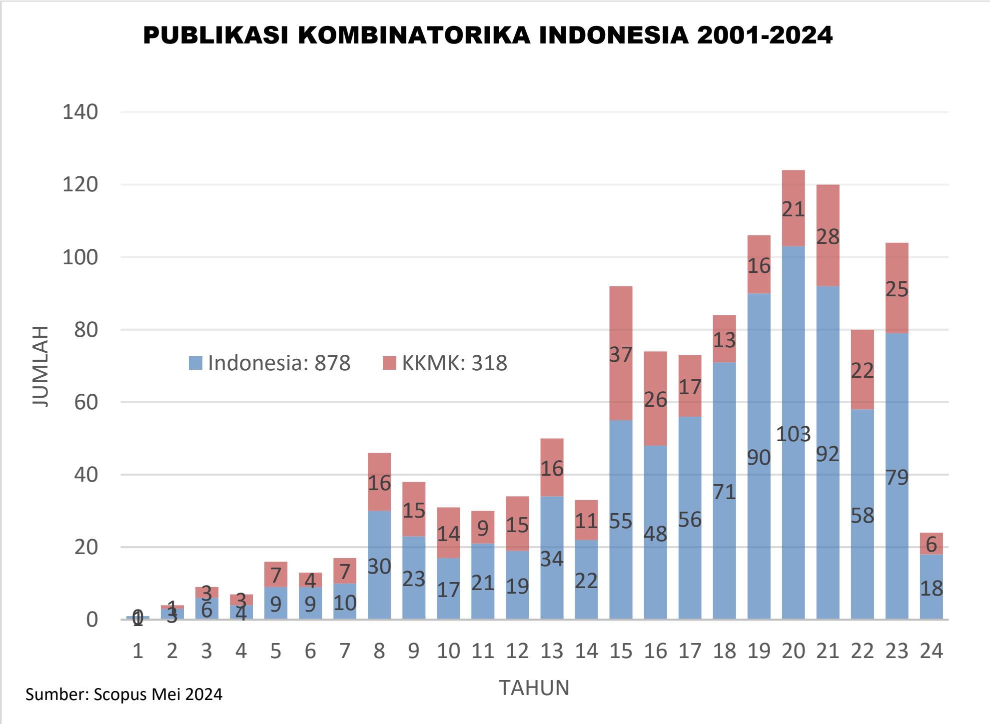
4.2 Peta Penelitian Matematika

Hasil penelitian matematika di Indonesia yang dipublikasikan dan tercatat di Scopus pertama kali adalah pada tahun 1979 dengan topik kontrol optimum. Publikasi bidang teori graf/kombinatorika dari peneliti Indonesia tercatat pertama kali 1995 dengan topik graf Moore. Komunitas teori graf/kombinatorika di Indonesia mulai terbentuk awal tahun 2000-an, bersama dengan berdirinya KK Matematika Kombinatorika FMIPA ITB. Kelompok keilmuan ini menjadi pioner dan penggerak kegiatan penelitian bidang teori graf/kombinatorika Indonesia, termasuk membidani pendirian organisasi Masyarakat Kombinatorika Indonesia atau yang lebih dikenal sebagai InaCombS (*Indonesian Combinatorial Society*). Dengan usia yang relatif muda InaCombS telah menunjukkan kinerja yang menggembirakan.



Gambar 4.4 Topik Penelitian Teori Graf dan Kombinatorika di Indonesia

Data publikasi peneliti matematika Indonesia yang dapat diekstraksi dari Scopus dalam rentang tahun 1979-2024 menunjukkan ada sekitar 4859 publikasi matematika. Bidang teori graf/kombinatorika menempati posisi kedua dengan 888 publikasi (18%), setelah matematika terapan. Pada Gambar 4.4 disajikan keberagaman topik penelitian bidang teori graf/kombinatorika, dengan empat besar topik penelitian adalah pelabelan, pewarnaan, himpunan/partisi pembeda, dan bilangan Ramsey. Pada Gambar 4.5 dapat dilihat bahwa pada periode 2001-2015 kontribusi KK Matematika Kombinatorika ITB cukup dominan. Pada periode selanjutnya InaCombS telah dan terus berkembang, dengan penelitinya menyebar di seluruh penjuru Nusantara.



Gambar 4.5 Publikasi KKMK ITB dan Kombinatorika Indonesia 2001-2024

Untuk meningkatkan dampak penelitian matematika dan untuk merespons perkembangan dan tantangan zaman serta memperhatikan kebutuhan nasional, kegiatan penelitian matematika, termasuk teori graf/kombinatorika, perlu ditingkatkan kualitas dan kuantitasnya. Kolaborasi antar peneliti baik di bidang teori graf/kombinatorika, atau bidang lain dalam matematika, maupun bidang ilmu lainnya perlu digiatkan dan diintensifkan. Untuk itu, perlu ada wahana di tingkat nasional yang dapat mewadahi kegiatan-kegiatan kolaborasi penelitian yang menjawab permasalahan nasional. Sebagai perbandingan, Amerika Serikat memiliki sedikitnya tujuh pusat penelitian matematika. Negara-negara di Eropa; Belanda, Inggris, Jerman, Prancis, juga memiliki pusat penelitian matematika. *Max Planck Institute for Mathematics* di Jerman adalah salah satunya. Jika menengok pada negara tetangga yang lebih dekat, kita akan mendapatkan potret yang serupa, Australia, Malaysia, Thailand, Singapura, dan Vietnam juga memiliki pusat penelitian matematika. Vietnam bahkan memiliki tiga pusat. Dengan demikian, mendirikan sebuah pusat matematika di Indonesia adalah cita-cita yang harus diperjuangkan oleh matematikawan Indonesia, khususnya yang berprofesi sebagai dosen.

KK Matematika Kombinatorika ITB, bersama dengan grup penelitian teori graf di Departemen Matematika UI dan Pusat Riset Sains Data dan Informasi BRIN, menginisiasi pembentukan Pusat Kolaborasi Riset Teori Graf dan Kombinatorika, dan pada tahun 2024 telah berjalan memasuki tahun ketiga. Dengan segala keterbatasan dan tantangan, kami memulai langkah awal untuk mewujudkan mimpi besar membangun pusat penelitian matematika Indonesia.

5 PENUTUP

Topik bilangan Ramsey maupun identifikasi titik pada graf masih membuka peluang besar untuk dikaji lebih lanjut. Pendekatan algoritmik dan penggunaan metode peluang adalah jalur yang sangat prospektif untuk dieksplorasi. Di luar kedua topik ini masih sangat banyak topik lain dalam teori graf dan kombinatorika yang menyimpan masalah terbuka, dengan kekhasan dan keindahan masing-masing.

Kemajuan suatu bangsa di dunia ini berbanding lurus dengan seberapa besar perhatian bangsa tersebut pada upaya pengembangan matematika dan ilmu dasar (*basic sciences*). Sejarah telah menunjukkan kebenaran hal tersebut, seperti dapat kita saksikan dari kemajuan Amerika Serikat, Inggris, Perancis, Jerman, Rusia, Cina, Jepang, dan Korea. Untuk itu komitmen dan investasi yang sungguh-sungguh dan bermakna dari Pemerintah Indonesia untuk pengembangan pendidikan dan penelitian, khususnya bidang matematika dan ilmu dasar masih harus diingatkan dan ditagihkan.

Sebagai penutup, Penulis mengutip pernyataan Manjul Bhargava, pemenang *Fields medal* 2014. Kutipan ini merefleksikan aspirasi dan inspirasi matematikawan.

" When mathematicians are thinking about their problems, we're not thinking about their various applications, but rather are pursuing beauty. That's how pure mathematicians think. "

" Mathematics is great because there is always one answer, but there are many ways to come to that answer. "

6 UCAPAN TERIMA KASIH

Segala puji dan syukur saya panjatkan ke hadirat Allah Swt. atas segala nikmat dan karunia- Nya sehingga saya memperoleh amanah sebagai Guru Besar di Institut Teknologi Bandung dalam bidang Teori Ramsey. Amanah ini diperoleh atas doa, dukungan, dan bantuan dari banyak pihak.

Perkenankan saya menyampaikan terima kasih sebesar-besarnya kepada yang terhormat Rektor dan Pimpinan ITB, Pimpinan dan seluruh Anggota Forum Guru Besar ITB yang telah memberi kesempatan pada saya untuk menyampaikan orasi ilmiah pada forum yang terhormat ini.

Ungkapan terima kasih yang tak terhingga bagi kedua orang tua tercinta; Mamah Tutiek Atikah dan Bapak M. Fuad Madani Almarhum atas semua pengorbanan, dukungan, dan doa yang tak pernah putus hingga pencapaian hari ini. Terima kasih sebesar-besarnya bagi guru-guru sejak taman kanak-kanak sampai doktoral, atas ilmu yang bermanfaat dan teladan yang telah diajarkan kepada saya. Secara khusus saya mengucapkan terima kasih kepada Bapak Herawan Suriaatmaja (Alm), guru matematika di SMPN 7 Bandung, yang telah membuat saya mencintai matematika. Terima kasih kepada para pembimbing saya, Prof. R. K. Sembiring, Ahmad Muchlis, Ph.D., Prof. N. C. Wormald (University of Melbourne, Australia), yang telah memandu saya untuk melakukan penelitian dan bekerja mandiri. Terima kasih juga pada dosen-dosen saya di Jurusan Matematika ITB: Drs. Koko Martono, M.S. (Alm), Prof. Sutawanir Darwis, Prof. A. Arifin (Alm), Bana G. Kartasasmita, Ph.D., M. Syamsuddin, Ph.D. (Alm), Drs. I Nyoman Susila, M.Sc., Drs. Rawuh (Alm), Prof. M. Ansjar, Prof. Maman A. Djauhari, Prof. Sunardi Wirjosudirdjo (Alm), Drs. Suroso, M.Sc. (Alm), Drs. Sumanto, M.Si., Prof. Irawati, Prof. S. M. Nababan (Alm), Prof. Edy Soewono, Drs. E. Hutahaean, M.Si. (Alm), Prof. Kuntjoro A. Sidarto, Prof. Hendra Gunawan, Prof. Wono Setya Budhi, Dr. Jorga Ibrahim (Alm), Drs. Hidayat Sardi, M.S., Dra. Widiarti (Alm), Dra. Muliana Halim, M.S., Dr. Nana Nawawi Gaos, Drs. Samjoeto, M.S., Dra. Samsiah, dan dosen-dosen lainnya.

Penghargaan dan apresiasi setinggi-tingginya bagi Ketua Senat FMIPA ITB Prof. Akhmaloka dan segenap anggota Senat, Dekan FMIPA ITB Prof. Wahyu Srigutomo beserta Wakil Dekan Prof. Rukman Hertadi dan Dr. Hanni Garminia. Terima kasih kepada para pemberi rekomendasi: Prof. Edy Tri

Baskoro, yang juga telah membantu menelaah buku orasi ini, Prof. M. Salman A. N., Prof. Pudji Astuti, Prof. Umar Fauzi, Prof. Jaka Sembiring, Prof. Slamin (Universitas Jember), dan Prof. Martin Bača (Technical University Kosice, Slovakia).

Ucapan terima kasih juga kepada para alumni dan mahasiswa doktoral KK Matematika Kombinatorika yang telah menjadi *sparring partner* dan kolaborator dalam penelitian: Prof. Hasmawati, Prof. Syafrizal, Dr. Lyra Yulianti, Prof. I Wayan Sudarsana, Dr. Hazrul Iswadi, Prof. Asmiati, Dr. Rismawati Hamdani, Dr. Kristiana Wijaya, Dr. Dian Kastika Syofyan, Dr. Ira Apni Purwasih, Dr. Budi Rahadjeng, Dr. Desi Rahmadani, Dr. Zulfaneti, Dr. Maya Nabila, M. Ridwan, M.Si., Ahmad Sulhany, M.Si., dan M. Rafif Fajri, M.Si..

Ungkapan terima kasih kepada kolega di KK Matematika Kombinatorika atas kebersamaan dan kegembiraan selama ini: Drs. Warsoma Djohan, M.Si., Dr. Saladin Uttunggadewa, Prof. Djoko Suprijanto, Dr. Rinovia Simanjuntak, Dr. Suhadi Wido Saputro, Dr. Finny Oktariani, Dr. Erma Suwastika, Dr. Aditya Purwa Santika, Dr. Pritta E. Putri, dan Yusuf Hafidh, M.Si..

Terima kasih juga disampaikan untuk semua kolega dosen di Komunitas Matematika terutama para kaprodi: Prof. Nuning Nuraini, Prof. Novriana Sumarti, Dr. Utriweni Mukhaiyar, dan Dr. Mochamad Apri; juga kepada Prof. Udjianna S. Pasaribu, Prof. Iwan Pranoto, Prof. Janson Naiborhu, Prof. L. H. Wiryanto, Prof. Roberd Saragih, Prof. Sri Redjeki P., Prof. Agus Yodi Gunawan, Prof. Khreshna I. A. Syuhada, Prof. Sapto Wahyu Indratno, Dr. Oki Neswan, Dr. Dumaria R. Tampubolon, Dr. Yudi Soeharyadi, Dr. Rieske Hadianti, Dr. Janny Lindiarni, Dr. Johan M. Tuwankotta, Dr. Jalina Wijaya, Dr. Aleams Barra, dan adik-adik lainnya. Terima kasih kepada tenaga kependidikan: Pak Dudi Supriadi, Pak Tatang, Bu Listiarini Muhtari, Bu Ira Purwaningsih, Bu Noi Sukmawati, Bu Novita Anggraeni, Bu Yunita Fatmawati, dan rekan-rekan lainnya.

Saya juga mengucapkan terima kasih kepada penasihat dan pengurus InaCombS: Prof. Kiki A. Sugeng, Dr. Anak Agung Gede Ngurah, dan Dr. Tita Khalis Maryati, juga kepada penasihat dan pengurus pusat IndoMS: Prof. Sri Wahyuni, Prof. Budi Nurani Ruchjana, Prof. Basuki Widodo, Prof. Indah Emilia Wijayanti, Dr. Fajar Adi Kusumo, Prof. Yus Mochamad Cholily, Dr. Fitriani, Dr. Dwi Ertiningsih, Prof. Idha Sihwaningrum, dan Dr. Indarsih.

Tidak lupa ucapan terima kasih untuk teman-teman masa sekolah: Alumni SD Tikukur I Angkatan ’81; Alumni SMP Negeri 7 Bandung Angkatan ‘84, khususnya geng 3F: Ageung Supriadin, Diana Dewi, Iyan Widiyana, Leri Aryani, Lina Magdalina, Novianti Rahayu, Toni Kusnandar, dan Wahyu Sri Retna; Alumni SMA Negeri 3 Bandung Angkatan ‘87, khususnya A-16, terkhusus lagi tim taliasih: Lieta Riasari, Asep Suhada, Haryo Subowo; Laedis 3-87; Alumni ITB87 dan MA87, khususnya Adriana Purwantiny, Ari Priatna, Fia Fridayanti, Nora Hariadi, Ratna Sastra, Ocke Kurniandi, dan Sumarjono.

Terima kasih untuk komunitas-komunitas yang selalu membawa keceriaan: x/Kaprodirunners, Ibu-ibu Nobar/ Pasar *Online,* Arisan Matematika, dan *Line Dance* ITB. Juga terima kasih untuk komunitas aktif 24 jam, Alumni PSM ITB, dengan para tokohnya: Masprof. Bambang Suryoatmono, Mbak Sasanti Tarini, Mbak SAS, Mas Titus Dewanto, Kang Yudia Pancaputra, Verena Maya, dan dedek-dedek tim produksi *virtual choir*.

Tidak lupa terima kasih kepada *my BFF*: Dian Sumarna, Mia Djamhoer, Nining Suningsih, dan Tipoeng Sujarto.

Terima kasih sebesar-besarnya bagi ananda tercinta, Muhammad Najmi Naufal yang sudah menjadi *supporter* setia, mendukung dan menemani Mummy. Terima kasih untuk doa dan dukungan kakak dan adik: Teteh Helmi Siti Aminah dan Aa Dicky Mulyadi, Hilman Ahmad Sobri dan Deasy Kania Dewi, Herati Adibah dan Budi Fitriadi, serta para keponakan. Ungkapan terima kasih juga untuk Keluarga Besar Madani dan Keluarga Besar Gandasaputra serta semua pihak yang tidak bisa disebutkan satu per satu atas doa, dukungan, dan bantuannya.

Semoga Allah Swt. membalas semua kebaikan yang telah diberikan dengan sebaik-baik balasan. Aamiin Allahumma Aamiin.

DAFTAR PUSTAKA

Asmiati, Baskoro E. T., Assiyatun H., Suprijanto D., Simanjuntak R., and Uttunggadewa, S., 2012, The locating-chromatic number of firecracker graphs, *Far East Journal of Mathematical Sciences,* 63(10, 11-23.

Asmiati and Baskoro E. T., 2012, Characterizing all graphs containing cycles with locating-chromatic number 3, *AIP Conference Proceedings,* 1450, 351-357.

Asmiati, Assiyatun H., and Baskoro E. T., 2011, Locating-chromatic number of amalgamation of stars, *ITB Journal of Science,* 43A(1), 1-8.

Assiyatun, H., Nabila, M., and Baskoro, E. T., 2023, On Ramsey $(C_4, K_{1,n})$-minimal graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications* , 11(1), 149-154.

Assiyatun, H., Syofyan, D. K., Baskoro, E. T., 2020, Calculating an upper bound of the locating-chromatic number of trees, *Theoretical Computer Science* 806, 305 – 309.

Assiyatun, H., Rahadjeng, B., and Baskoro, E. T., 2019, The Connected Size Ramsey Number for Matchings Versus Small Disconnected Graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications,* 7(1), 113-119.

Avvisati, F. and Ilizaliturri, R., 2023, PISA 2022 RESULTS: FACTSHEETS – INDONESIA, @OECD

Baskoro, E. T., Wijaya, K., and Ryan, J., 2022, All unicyclic Ramsey (mK_2, P_4)-minimal graphs, *Australasian Journal of Combinatorics,* 82(3), 237-255.

Baskoro E. T. and Haryeni D. O., 2020, All graphs of order $n \geq 11$ and diameter 2 with partition dimension $n - 3$, *Heliyon,* 6 (4).

Baskoro, E. T. and Wijaya, K., 2015, On Ramsey $(2K_2, K_4)$-minimal graphs, *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics,* 98, 11-17.

Baskoro E. T., and Asmiati, 2013, Characterizing all trees with locating-chromatic number 3, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications* , 1(2), 109-117.

Baskoro, E. T., Hasmawati, and Assiyatun, H., 2006, The Ramsey numbers for disjoint union of trees, *Discrete Mathematics,* 306, 3297-3301.

Baskoro, E. T. and Surahmat, 2005, The Ramsey number of paths with respect to wheels, *Discrete Mathematics,* 294, 275-277.

Berge, C., 1973, *Graphs and hypergraphs*.

Borowiecki, M., Schiermeyer, I., and Sidorowicz, E., 2005, Ramsey $(K_{1,2}, K_3)$-minimal graphs, the *Electronic Journal of Combinatorics,* 12, 637-649.

Brigham, R., Chartrand, G., Dutton, R., and Zang, P., 2003, Resolving dominating in graphs, *Mathematica Bohemica,* 128(1), 25–36.

Buczkowski, P. S., Chartrand, G., Poisson, C., and Zhang, P., 2003, On k-dimensional graphs and their bases, *Period. Math. Hungar.,* 46, 9–15.

Burr, S. A., Erdös, P., Faudree, R. J., Rousseau, C .C., Schelp, R. H., Gould, R. J, and Jacobson, M. S., 1987, Goodness of Trees for Generalized Books, *Graphs and Combinatorics*, 3, 1-6.

Burr, S.A., Erdös, P., Faudree, R. J., Rousseau, C. C., and Schelp, R. H., 1982, Ramsey-minimal for forests, *Discrete Mathematics,* 38(1), 23-32.

Burr, S. A., Erdös, P., Faudree, R. J. and Schelp, R. H., 1978, A Class of Ramsey-finite Graphs, *Congressus Numerantium,* 21, 171 - 180.

Burr, S. A., Erdös, P., and Lovasz, L., 1976, On graphs of Ramsey type, *Ars Combinatoria,* 1(1), 167-190.

Cáceres, J., Hernando, C., Mora, M., Pelayo, I. M., Puertas, M. L., Seara, C., and Wood, D., 2007, On the metric dimension of cartesian products of graphs, *SIAM Journal on Discrete Mathematics,* 21(2), 423–441.

Cáceres, J., Hernando, C., Mora, M., Pelayo, I. M., Puertas, M. L., and Seara, C., 2005, On the metric dimension of some families of graphs, *Electron. Notes Discrete Mathematics,* 22, 129–133.

Chartrand, G., M.A. Henning, M. A., P.J. Slater, P. J., and P. Zhang, P., 2003, Graphs of order n with locating-chromatic number $n-1$, *Discrete Mathematics,* 269, 65-79.

Chartrand, G., M.A. Henning, M. A., P.J. Slater, P. J., and P. Zhang, P., 2002, The locating-chromatic number of a graph, *Bull.Inst. Combin. Appl,* 36, 89-101.

Chartrand, G., Eroh, L., Johnson, M. A., and Oellerman, O. R., 2000a, Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph, *Discrete Applied Mathematics* 105, 99-113.

Chartrand, G., Salehi, E. and Zhang, P., 2000b, The partition dimension of a graph, *Aequationes Math.,* 59, 45–54.

Chen, Y. J., Zhang, Y. Q., dan Zhang, K. M., 2005, The Ramsey numbers of paths versus wheels, *Discrete Mathematics,* 290, 85-87.

Chvátal, V, 1977, Tree-complete graph Ramsey numbers, *Journal of Graph Theory,* 1, 93.

Chvátal, V. and Harary, F., 1972, Generalized Ramsey theory for graph III, small off-diagonal numbers, *Pasific].Math,* 41, 335-345.

Erdös, P., Faudree, R. J., Rousseau, C. C., and Schelp, R. H, 1978, The size Ramsey number, *Period. Math. Hungar.,* 9, 145 - 161.

Erdös, P. and Szekeres, G., 1935, A combinatorial problem in geometry, *Compositio Mathematica,* 2, 463-470.

Faudree, R. J. and Erdos, P., 1981, Size Ramsey Numbers Involving Matchings, *Colloquia Mathematica Societatis Janos Bolyai,* 37 (1981), 247-264.

Faudree, R. J. and Schelp, R. H., 1974, All Ramsey numbers for cycles in graphs, *Discrete Mathematics,* 8, 313-329.

Gerencsėr, L. dan Gyȧrfȧs, A., 1967, On Ramsey-type Problem, *Ann. Univ. Sci. Budapest. Eotvos Sect. Math,* 10, 167-170.

Greenwood, R. E. and Gleason, A. M., 1955, Combinatorial relations and chromatic graphs, *Canadian Journal of Mathematics,* 1, 1-7.

Hadiputra, F. F. and Silaban, D. R., 2021, Infinite Family of Ramsey $(K_{1,2}, C_4)$-minimal Graphs, *Journal of Physics: Conference Series,* 1722 (1).

Hafidh, Y. and Baskoro, E. T., 2021, The Ramsey number for tree Versus wheel with odd order, *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society,* 44 (4), 2151-2160.

Harary, F. and Melter, R. A., 1976, On the metric dimension of a graph, *Ars Combinatorics* 2, 191-195.

Haryeni D. O., Ridwan M., and Baskoro E. T., 2023, Graphs of Order n with Partition Dimension $n-3$, *IAENG International Journal of Applied Mathematics,* 53 (1).

Hasmawati, Baskoro, E. T., and Assiyatun, H., 2008, The Ramsey numbers for disjoint unions of graphs, *Discrete Mathematics,* 308, 2046-2049.

Haynes, T., Knisley, D., Seier, E., and Zou, Y., 2006, A quantitative analysis of secondary RNA structure using domination based parameters on trees, *BMC bioinformatics,* 7(1), 1–11.

Henning, M. and Oellermann, O., 2004, Metric-Locating-Dominating sets in graphs, *Ars Combinatoria,* 73, 129–141.

Hernando, C., Mora M., and Pelayo, I. M., 2019, Resolving dominating partitions in graphs, *Discrete Applied Mathematics,* 266, 237–251.

Hernando, C., Mora M., Pelayo, I. M., Seara, C., and Wood, D. R., 2010, Extemal graph theory for metric dimension and diameter, *the Electronic Journal of Combinatorics,* #R30.

Iswadi H., Baskoro E. T., and Simanjuntak R., 2011, On the metric dimension of corona product of graphs, *Far East Journal of Mathematical Sciences,* 52(2), 155-170.

Iswadi H., Baskoro E. T., Salman A. N. M., and Simanjuntak R., 2010, The metric dimension of amalgamation of cycles, *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 41(1), 19-31.

Iswadi H., Baskoro E. T., Simanjuntak R., and Salman A. N. M., 2008, The metric dimension of graph with pendant edges, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing*, 65, 139-145.

Jannesari, M. and Omoomi, B., 2011, Characterization of n-vertex graph with metric dimension $n-3$, *Mathematica Bohemica*, 139(1).

Johnson, M., 1993, Structure-activity maps for visualizing the graphs variables arising in drug design, *J. Biopharm. Statist.*, 3, 203-236.

Karolyi, G and Rosta, V., 2001, Generalized and geometric Ramsey numbers for cycles, *Theoretical Computer Science*, 263, 87-98.

Khuller, S., Raghavachari, B., and Rosenfeld, A., 1996, Landmarks in graphs, *Discrete Applied Mathematics* 70(3), 217-229.

Liu, C. L., 1968, *Introduction to combinatorial mathematics.*

Muhshi, H. and Baskoro, E. T., 2012, On Ramsey (3K2; P3)-minimal graphs, *AIP Conference Proceedings*, 1450, 110.

Nabila, M., Baskoro, E. T., and Assiyatun, H., 2024, On Ramsey minimal graphs derived from general theta graphs, *submitted to Communications in Combinatorics and Optimization.*

Nabila, M., Baskoro, E. T., and Assiyatun, H., 2022, Ramsey graphs for a star on three vertices versus a cycle, *Proceeding of International Conference on Mathematics, Geometry, Statistics, and Computation (IC-MaGeStiC 2021)*, 5-10.

Nešetřil, J. and Rödl, V., 1978, The structure of critical Ramsey graphs, *Acta Mathematica Hungarica,* 32(3-4), 295-300.

Ore, O., 1962, Theory of graphs, *American Mathematical Society Colloquium Publications, Amer. Math. Soc., Providence*, 38.

Purwasih I.A., Baskoro E. T., Assiyatun H., Suprijanto D., and Baca, M., 2017, The locating-chromatic for Halin, *Communications in Combinatorics and Optimization*, 2, 1-9.

Purwasih I.A., Baskoro E. T., Assiyatun H., and Suprijanto D., 2016, Locating-coloring on Halin graphs with a certain number of inner faces, *AIP Conference Proceedings*, 1707.

Radziszowski, S., 2021, Small Ramsey numbers, *the Electronic Journal of Combinatorics*, revision #16.

Rahadjeng, B., Assiyatun, H., and Baskoro, E.T., 2017, Connected size Ramsey number for matchings vs. small stars or cycles, *Proceedings of the Indian Academy of Sciences: Mathematical Sciences* 127 (5), 787-792.

Rahadjeng, B., Baskoro, E. T., and Assiyatun, H., 2016, Connected size Ramsey numbers of matchings and stars, *AIP Conference Proceedings,* 1707.

Rahmadani, D., Yoshie, Y., Rahadjeng, B., Baskoro, E. T., and Assiyatun, H., 2018, On Ramsey (P_4, P_4)-minimal graphs, *preprint*.

Rahmadani, Baskoro, E.T., Assiyatun, H. Bača, M., Semaničová-Feňovčíková, A., 2017, Some infinite families of Ramsey (P_3, P_n)-minimal graphs for small n, *Proceeding- Mathematical Science,* 127 (5), 779-786.

Rahmadani, D., Baskoro, E. T., Assiyatun, H., 2016. On Ramsey (P_3, P_6)-minimal graphs, *AIP Conference Proceedings*, 1707.

Rahmadani, D., Baskoro, E. T., Assiyatun, H., 2015, On Ramsey Minimal Graphs for the Pair Paths, *Procedia Computer Science* 74, 15 – 20.

Ridwan M., Assiyatun H., and Baskoro E. T., 2023, The dominating partition dimension and locatingchromatic number of graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications*, 11(20), 455-465.

Rosta, V., 1973, On a Ramsey-type problem of J. A. Bondy and P. Erdös. II, *Journal of Combinatorial Theory, Series B,* 15(1), 105-120.

Salman, A. N. M. and Broesma, H. J., 2007, On Ramsey numbers for paths versus wheels, *Discrete Mathematics*, 307, 975-982.

Saputro S. W., Simanjuntak R., Uttunggadewa S., Assiyatun H., Baskoro E. T., Salman A. N. M., and Bača, M., 2013, The metric dimension of the lexicographic product of graphs, *Discrete Mathematics*, 313, 1045-1051.

Saputro S. W., Baskoro E. T., Salman A. N. M., and Suprijanto, D., 2009, The metric dimensions of a complete n-partite graph and its cartesian product with a path, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing*, 71, 283-293.

Sasireka, A. and Kishore, A. N., 2014, Applications of dominating set of graph in computer networks, *International Journal of Engineering Sciences & Research Technology (IJESRT)*, Vol. No. 3, Issue No, 1, 170–173.

Shanmukha, B., Sooryanarayana, B., and Harinath, K., 2002, Metric dimension of wheels, *Far East J. Appl. Math.*, 8 (3), 217-229.

Simanjuntak R., Uttunggadewa S., and Saputro S. W., 2015, Metric dimension for amalgamations of graphs, *Lecture Notes in Computer Science*, 8986, 330-337.

Slater, P.J., 1975, Leaves of trees, *Congressus Numerantium* 14, 549-559.

Surahmat, Baskoro, E. T., and Tomescu, I, 2008, The Ramsey numbers of large cycles versus odd wheels, *Graphs and Combinatorics*, 24 (1), 53-58.

Surahmat and Baskoro, E. T., 2001, The Ramsey number of a path or a star versus W_4 or W_5 , *Proceedings of the 12pth Australasian Worshop on Combinatorial Algorithms*, Bandung, Indonesia, July 14-17, 165-170.

Sudarsana I. W., Baskoro E. T., Assiyatun H., Uttunggadewa S., 2014, On the union of graphs Ramsey numbers, *Applied Mathematical Sciences*, 8, 767-773.

Sudarsana I. W., Assiyatun H., Adiwijaya, Musdalifah S., 2010a, The Ramsey number for a linear forest versus two identical copies of complete graphs, *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications*, 2 (4), 437-444.

Sudarsana I. W., Baskoro E. T., Assiyatun H., and Uttunggadewa S., 2010b, The Ramsey numbers for the union graph with H-good components, *Far East Journal of Mathematical Sciences*, 39 (1), 29-40.

Sudhakara, G. and Hemath Kumar, A.R., 2009, Graphs with metric dimension two-a characterization, *World Academy of Science, Engineering and Technology* 60, 621-626.

Syofyan D. K., Baskoro E. T., and Assiyatun H., 2016, The locating-chromatic number of trees embedded in 2-dimensional grid, *AIP Conference Proceedings*, 1707.

Syofyan D. K., Baskoro E. T., and Assiyatun H., 2013, On the locating-chromatic number of homogeneous lobsters, *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, 10(3), 245-252.

Tomescu, I., 2008, Discrepancies between metric dimension and partition dimension of a connected graph, *Discrete Mathematics*, 308, 5026–5031.

Vetrík, T., Yulianti, L., Baskoro, E. T., 2010, On Ramsey $(K_{1,2}, C_4)$-minimal graphs, *Discussiones Mathematicae - Graph Theory*, 30 (4), 637-649.

Wijaya, K., Baskoro, E. T., Assiyatun, H., and Suprijanto, D., 2020, Subdivision of graphs in R(mK_2, P_4), *Heliyon,* 6.

Wijaya, K., Baskoro, E. T., Assiyatun, H., and Suprijanto, D., 2018, On Ramsey $(4K_2, P_3)$-minimal graphs, *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, 15 (2), 174 – 186.

Wijaya, K., Baskoro, E. T., Assiyatun, H., and Suprijanto, D., 2017, On Ramsey (mK_2, H)-Minimal Graphs, *Graphs and Combinatorics,* 33 (1), 233 – 243.

Wijaya, K., Baskoro, E. T., Assiyatun, H., and Suprijanto, D., 2016, On Ramsey $(3K_2, K_3)$-Minimal Graphs, *AIP Conference Proceedings*, 1707.

Wijaya, K., Baskoro, E. T., Assiyatun, H., and Suprijanto, D., 2015, The Complete List of Ramsey $(2K_2,K_4)$-Minimal Graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications*, 3(2), 228-239.

Yero, I. G., Kuziak, D., and Rodríguez-Velázquez, J. A., 2011, On the metric dimension of corona product graphs, *Comput. Math. Appl.*, 61, 2793–2798.

Yushmanov, S.V., 1987, Estimate for the metric dimension of a graph in terms of the diameters and the number of vertices, *Vestnik Moskovskogo Universiteta. Seriya I. Matematika, Mekhanika*, 103, 69-70.

Zulfaneti, Assiyatun, H., and Baskoro, E. T., 2024, All graphs with metric-location-domination number *2, submitted to Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*.

Zulfaneti and Baskoro, E. T., 2021, On trees on n vertices with metric-location-domination number $\frac{1}{2}n$, *AIP Conference Proceedings*, 2423.

CURRICULUM VITAE

Nama : Prof. Hilda Assiyatun, Ph.D.
Tempat/tgl lahir : Bandung, 29 Juni 1968
Kel. Keahlian : Matematika Kombinatorika
Alamat Kantor : Gedung CAS Lantai 4
Alamat imel : hilda@itb.ac.id

I. RIWAYAT PENDIDIKAN

1. Ph.D. *in Mathematics*, the University of Melbourne Australia, 1998-2002
2. Magister Matematika, ITB, 1993-1995
3. Sarjana Matematika, ITB, 1987-1992
4. SMA Negeri 3 Bandung, 1984-1987
5. SMP Negeri 7 Bandung, 1981-1984
6. SD Negeri Tikukur I Bandung, 1975-1981

II. RIWAYAT KERJA DI ITB

1. Akademik

a. Staf Pengajar Matematika FMIPA ITB, 1994-sekarang
b. Wakil Dekan Bidang Sumberdaya FMIPA ITB, 2011-2015
c. Ketua KK Matematika Kombinatorika FMIPA ITB, 2015-2016
d. Ketua Prodi Sarjana Matematika FMIPA ITB, 2016-2020
e. Ketua Majelis Keilmuan Matematika FMIPA ITB, 2016-2020

2. Non Akademik

a. Bendahara Departemen Matematika ITB, 2002-2006
b. Tim Keuangan FMIPA ITB, 2006-2010
c. Anggota Satuan Pengawas Internal ITB, 2015-2016
d. Anggota Board of Reviewer ITB, 2016-sekarang
e. Peer reviewer ASIIN, 2023-sekarang
f. Asesor LAMSAMA, 2024-sekarang

III. RIWAYAT KEPANGKATAN

1. Penata Muda/IIIa, 1 Februari 1994
2. Penata/IIIc, 1 Oktober 2004
3. Penata Tingkat I/IIId, 1 April 2007
4. Pembina/IVa, 1 April 2010
5. Pembina Tingkat I/IVb, 1 April 2024

IV. RIWAYAT JABATAN FUNGSIONAL

1. Asisten Ahli Madya, 1 September 1995
2. Asisten Ahli, 1 Januari 2001
3. Lektor, 1 April 2004
4. Lektor Kepala, 1 Desember 2009
5. Guru Besar, 1 Juni 2023

V. KEGIATAN PENELITIAN (4 tahun terakhir)

1. Penentuan Dimensi Metrik Graf dengan Matriks Jarak, PPMI KK FMIPA ITB (Anggota), 2024
2. Dimensi Partisi Dominasi Pada Graf Hasil Operasi, PPMI KK FMIPA ITB (Ketua), 2023
3. *Distance-based Parameters and Automorphism in Graphs*, PPMI FMIPA ITB (Anggota), 2023
4. Aplikasi Teori Graf dalam Desain Transformasi Materi Nanoporous -2, PPMI FMIPA ITB (Ketua), 2022
5. Karakterisasi Graf Ramsey Minimal untuk Pasangan yang Memuat Graf Siklus, Riset Disertasi Doktor DIKTI (Anggota), 2021-2023
6. Pendekatan Metode Peluang dalam Bilangan Ramsey Graf, Riset ITB (Ketua), 2021
7. Algoritma Aproksimasi Bilangan Kromatik Lokasi Graf Pohon, Riset Fundamental DIKTI (Anggota), 2021-2023

VI. PUBLIKASI (terindeks Scopus)

1. D. Rahmadani, **H. Assiyatun**, E.T. Baskoro Two infinite classes of unicyclic Ramsey (P_3, P_4) - Minimal graphs, ***AIP Conference Proceedings***, 2024, 3049(1), 020027.
2. **H. Assiyatun**, M. Nabila, E. T. Baskoro, On Ramsey $(C_4, K_{1,n})$-minimal graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications*, 11 (1), 149 – 154, 2023, doi: 10.5614/ejgta.2023.11.1.12.

3. M. Ridwan, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, The dominating partition dimension and locating-chromatic number of graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications*, 11 (2), 455 – 465, 2023, doi: 10.5614/ejgta.2023.11.2.10.
4. M. Nabila, **H. Assiyatun**, E.T. Baskoro, Ramsey minimal graphs for a pair of a cycle on four vertices and an arbitrary star, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications* 10 (1), 289 – 2999, 2022, doi: 10.5614/ejgta.2022.10.1.20.
5. Zulfaneti, **H. Assiyatun**, E.T. Baskoro, On metric-location-domination number of graphs, *International Journal of Mathematics and Computer Science*, 17(4), 1721-1733, 2022.
6. **H. Assiyatun**, D. K. Syofyan, E. T. Baskoro, Calculating an upper bound of the locating-chromatic number of trees, *Theoretical Computer Science* 806, 305 – 309, 2020, doi: 10.1016/j.tcs.2019.04.011.
7. D. Rahmadani, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, Unicyclic Ramsey (P3, Pn)-minimal graphs obtained from trees in the same class, *Journal of Physics: Conference Series 1538 (1),* 2020, 012016.
8. B.M. Salindeho, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, On The Locating-Chromatic Numbers of Subdivisions of Friendship Graph, *Journal of the Indonesian Mathematical Society* 26 (2), 175-184, 2020.
9. K. Wijaya, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, Subdivision of graphs in $\mathrm{R}(mK_2, P_4)$, *Heliyon* 6, 2020, e03843.
10. **H. Assiyatun**, B. Rahadjeng, E. T. Baskoro, The connected size Ramsey number for matchings versus small disconnected graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications* 7 (1), 113 – 119, 2019, doi: 10.5614/ejgta.2019.7.1.9.
11. B. Rahadjeng, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, The connected size Ramsey number for pair of matchings and small paths, *Proceedings of the Jangjeon Mathematical Society* 22(1), 35 – 42, 2019, doi: 10.17777/pjms2019.22.1.36.
12. R. Ramdani, M. Salman A. N., **H. Assiyatun**, On the Total Edge Irregularity Strength of Some Copies of Books Graphs, *Journal of Physics: Conference Series* 1245(1), 2019, doi: 10.1088/1742-6596/1245/1/012051.
13. R. Ramdani, M. Salman A. N., **H. Assiyatun**, On the total edge and vertex irregularity strength of some graphs obtained from star, *Journal of the Indonesian Mathematical Society* 25 (3), 317-324, 2019.
14. R. Ramdani, M. Salman A. N., **H. Assiyatun**, On the total edge irregularity strength of some copies of ladder graphs, *Journal of Physics: Conference Series* 1280(2), 2019, doi: 10.1088/1742-6596/1280/2/022038.
15. K. Wijaya, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, On Ramsey (4K2,P3)-minimal graphs, *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, 15 (2), 174 – 186, 2018, doi: 10.1016/j.akcej.2017.08.003.

16. B. Rahadjeng, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, Connected size Ramsey number for matchings vs. small stars or cycles, *Proceedings of the Indian Academy of Sciences: Mathematical Sciences* 127 (5), 2017, 10.1007/s12044-017-0366-z.
17. D. Rahmadani, E.T. Baskoro, **H. Assiyatun**, M. Bača, A. Semaničová-Feňovčíková, Some infinite families of Ramsey (P_3,P_n)-minimal graphs for small *n*, *Proceeding- Mathematical Science,* 2017, doi: 10.1007/s12044-017-0361-4.
18. K. Wijaya, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, On Ramsey (mK_2, H)-Minimal Graphs, *Graphs and Combinatorics* 33(1), 233 – 243, 2017.
19. I. A. Purwasih, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, Locating-coloring on Halin graphs with a certain number of inner faces, *AIP Conference Proceedings*, 1707, 020014, doi: 10.1063/1.4940815, 2016.
20. B. Rahadjeng, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, Connected size Ramsey numbers of matchings and stars, *AIP Conference Proceedings,* 1707, 020015, doi: 10.1063/1.4940816, 2016.
21. D. Rahmadani, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, On Ramsey (P_3, P_6)-minimal graphs, *AIP Conference Proceedings,* 1707, 020016, doi: 10.1063/1.4940817, 2016.
22. R. Ramdani, M. Salman A. N., **H. Assiyatun**, A. Semaničová-Feňovčíková, M. Bača, On the total irregularity strength of disjoint union of arbitrary graphs, *Mathematical Reports* 18(4), 469 – 482, 2016.
23. D. K. Syofyan, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, The locating-chromatic number of trees embedded in 2-dimensional grid, *AIP Conference Proceedings*, 1707, 020023, doi: 10.1063/1.4940824, 2016.
24. D. K. Syofyan, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, Trees with certain locating-chromatic number, *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences* 48(1), 39 – 47, 2016.
25. K. Wijaya, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, On Ramsey ($3K_2$, K_3)-Minimal Graphs, *AIP Conference Proceedings,* 1707, 020025, doi: 10.1063/1.4940826, 2016.
26. I. A. Purwasih, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, The Bounds on The Locating-Chromatic Number for a Subdivision of a Graph on One Edge, *Procedia Computer Science* 74, 84 – 88, 2015.
27. B. Rahadjeng, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, Connected Size Ramsey Numbers for Matchings versus Cycles or Paths, *Procedia Computer Science* 74, 32 – 37, 2015.
28. D. Rahmadani, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, On Ramsey Minimal Graphs for the Pair Paths, *Procedia Computer Science* 74, 15 – 20, 2015.
29. R. Ramdani, M. Salman A.N. **H. Assiyatun**, On the total irregularity strength of regular graphs, *Journal of Mathematical and Fundamental Sciences* 47(3), 281 – 295, 2015.

30. R. Ramdani, M. Salman A. N., **H. Assiyatun**, A. Semaničová-Feňovčíková, M. Bača, Total Irregularity Strength of Three Families of Graphs, *Mathematics in Computer Science* 9(2), 229 – 237, 2015.
31. R. Ramdani, M. Salman A. N., **H. Assiyatun**, An Upper Bound on the Total Vertex Irregularity Strength of the Cartesian Product of P_2 and an Arbitrary Regular Graph, *Procedia Computer Science* 74, 105 – 111, 2015.
32. I. W. Sudarsana, **H. Assiyatun**, S. Uttunggadewa, E. T. Baskoro, On the Ramsey numbers $R(S_{2,m}, K_{2,q})$ and $R(sK_2, K_s + C_n)$, *Ars Combinatoria* 119, 235-246, 2015.
33. D. K. Syofyan, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, The Locating-Chromatic Number of Binary Trees, *Procedia Computer Science* 74, 79 – 83. 2015.
34. K. Wijaya, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, On Unicyclic Ramsey (mK_2, P_3)-Minimal Graphs, *Procedia Computer Science* 74, 10 – 14, 2015.
35. K. Wijaya, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, The Complete List of Ramsey $(2K_2,K_4)$-Minimal Graphs, *Electronic Journal of Graph Theory and Applications* 3(2), 228 – 239, 2015.
36. I. W. Sudarsana, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, S. Uttunggadewa, On the union of graphs Ramsey numbers, *Applied Mathematical Sciences* 8, 767-773, 2014.
37. Amrullah, H. **Assiyatun,** E. T. Baskoro, S. Uttunggadewa, R. Simanjuntak, The Partition Dimension For A Subdivision of Homogeneous Caterpillars, *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics* 10(3), 317–325, 2013.
38. I. A. Purwasih, E. T. Baskoro, H. **Assiyatun,** W. Djohan, The Locating-Chromatic Number For A Subdivision of A Wheel On One Cycle Edge, *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics* 10(3), 327–336, 2013.
39. S. W. Saputro, R. Simanjuntak, S. Uttunggadewa, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, M. Salman A. N., M. Bača, The metric dimension of the lexicographic product of graphs, *Discrete Mathematics* 313, 1045-1051, 2013.
40. D. K. Syofyan, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, On the locating-chromatic number of homogeneous lobsters, *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics* 10(3), 245-252, 2013.
41. Asmiati, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, D. Suprijanto, R. Simanjuntak, S. Uttunggadewa, The locating-chromatic number of firecracker graphs, *Far East Journal of Mathematical Sciences,* 63(10), 11-23, 2012.
42. Asmiati, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, Locating-chromatic number of amalgamation of stars, *ITB Journal of Science,* 43A(1), 1-8, 2011.
43. S. W. Saputro, R. Simanjuntak, S. Uttunggadewa, **H. Assiyatun**, E. T. Baskoro, M. Salman A. N., On graph of order-n with the metric dimension

n - 3, 10th Cologne-Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization, CTW 2011 - Proceedings of the Conference, 239-243, 2011.
44. I. W. Sudarsana, **H. Assiyatun**, Adiwijaya, S. Musdalifah, The Ramsey number for a linear forest versus two identical copies of complete graphs, *Discrete Mathematics, Algorithms and Applications* 2 (4), 437-444, 2010.
45. I. W. Sudarsana, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, S. Uttunggadewa, The Ramsey numbers for the union graph with H-good components, *Far East Journal of Mathematical Sciences* 39 (1), 29-40, 2010.
46. L. Yulianti, **H. Assiyatun**, S. Uttunggadewa, E. T. Baskoro, On Ramsey ($K_{1,2}$, P_4) minimal graphs, *Far East Journal of Mathematical Sciences* 40 (1), 23-36, 2010.
47. **H. Assiyatun,** W. Duckworth, Small maximal matchings of random cubic graphs, *Journal of Graph Theory 62*(4), 293–323, 2009.
48. Hasmawati, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, M. Salman A. N., Complete bipartite Ramsey numbers, *Utilitas Mathematica*, 78, 129-138, 2009.
49. I. W. Sudarsana, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, S. Uttunggadewa, The Ramsey number of a certain forest respect to a small wheel, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* 71, 265-271, 2009.
50. S. Sy, E. T. Baskoro, S. Uttunggadewa, **H. Assiyatun**, Path-path size multipartite Ramsey numbers, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* 71, 257-264, 2009.
51. E. T. Baskoro, L. Yulianti, **H. Assiyatun**, Ramsey ($K_{1,2}$, C_4) - Minimal graphs, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* 65, 79-90, 2008.
52. Hasmawati, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, The Ramsey numbers for disjoint unions of graphs, *Discrete Mathematics*, 308, 2046-2049, 2008.
53. Hasmawati, E. T. Baskoro, **H. Assiyatun**, M. Salman A. N., Ramsey numbers on a union of identical stars versus a small cycle, *Lecture Notes in Computer Science* 4535, 85-89, 2008.
54. **H. Assiyatun**, N. Wormald, 3-star factors in random d-regular graphs, *European Journal of Combinatorics* 27, 1249-1262, 2006.
55. E. T. Baskoro, Hasmawati, **H. Assiyatun**, The Ramsey numbers for disjoint union of trees, *Discrete Mathematics*, 306, 3297-3301, 2006.
56. **H. Assiyatun**, Maximum induced matchings of random regular graphs, *Lecture Notes in Computer Science* 3330, 44-57, 2005.
57. **H. Assiyatun**, N. Wormald, Covering regular graphs with forests of small trees, *Australasian Journal of Combinatorics* 22, 219-226, 2000.

VII. PENGHARGAAN

1. Satyalancana Karya Satya X Tahun, 2004
2. Satyalancana Karya Satya XX Tahun, 2014
3. Penghargaan Pengabdian 25 Tahun ITB, 2019

VIII. ORGANISASI PROFESI

1. Presiden InaCombS (*Indonesian Combinatorial Society*), 2022-sekarang
2. Wakil Presiden InaCombS, 2017-2022
3. Wakil Presiden Bidang Pendidikan dan Pengajaran IndoMS (*Indonesian Mathematical Society*), 2020-sekarang
4. Bendahara IndoMS, 2006-2008
5. Anggota CMSA (*Combinatorial Mathematics Society of Australasia*)

ITB PRESS
Gedung STP ITB, Lantai 1,
Jl. Ganesa No. 15F Bandung 40132
+62 22 20469057
www.itbpress.id
office@itbpress.id
Anggota Ikapi No. 043/JBA/92
APPTI No. 005.062.1.10.2018

Forum Guru Besar
Institut Teknologi Bandung
Jalan Dipati Ukur No. 4, Bandung 40132
E-mail: sekretariat-fgb@itb.ac.id
Telp. (022) 2512532
fgb.itb.ac.id FgbItb FGB_ITB
@fgbitb_1920 Forum Guru Besar ITB

ISBN 978-623-297-473-9
9 786232 974739