Forum Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Forum Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Orasi Ilmiah Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Profesor M. Wono Setya Budhi

MATEMATIKA,
SENI PEMECAHAN MASALAH,
BAHKAN UNTUK HAL YANG TAK TERLIHAT

27 November 2015
Balai Pertemuan Ilmiah ITB

Orasi Ilmiah Guru Besar
Institut Teknologi Bandung
27 November 2015

Profesor M. Wono Setya Budhi

MATEMATIKA, SENI PEMECAHAN MASALAH, BAHKAN UNTUK HAL YANG TAK TERLIHAT

Forum Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Judul: MATEMATIKA, SENI PEMECAHAN MASALAH,
BAHKAN UNTUK HAL YANG TAK TERLIHAT
Disampaikan pada sidang terbuka Forum Guru Besar ITB,
tanggal 27 November 2015.

Data katalog dalam terbitan

M. Wono Setya Budhi
MATEMATIKA, SENI PEMECAHAN MASALAH,
BAHKAN UNTUK HAL YANG TAK TERLIHAT
Disunting oleh M. Wono Setya Budhi

Bandung: Forum Guru Besar ITB, 2015
vi+42 h., 17,5 x 25 cm
ISBN 978-602-8468-85-5
1. Matematika 1. M. Wono Setya Budhi

KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah Yang Maha Pengasih lagi Maha Penyayang, karena berkat kehendak dan rahmat-Nya-lah penulis dapat menyelesaikan naskah orasi ilmiah ini. Penulis mengucapkan terimakasih kepada pimpinan dan anggota Forum Guru Besar Institut Teknologi Bandung atas kesempatan yang diberikan untuk menyampaikan orasi ilmiah pada Sidang Terbuka Forum Guru Besar yang terhormat ini.

Orasi ilmiah ini disampaikan sebagai tanggung jawab dan komitmen penulis pada keilmuan yang ditekuni, dikembangkan, dan dikontribusi-kan untuk kemajuan ilmu pengetahuan itu sendiri dan untuk memberikan manfaat bagi kesejahteraan masyarakat.

Semoga tulisan ini bermanfaat dapat menjadi inspirasi, menambah wawasan, serta dapat menstimulasi semangat kepada para pembaca.

Bandung, 27 November 2015

M. Wono Setya Budhi

DAFTAR ISI

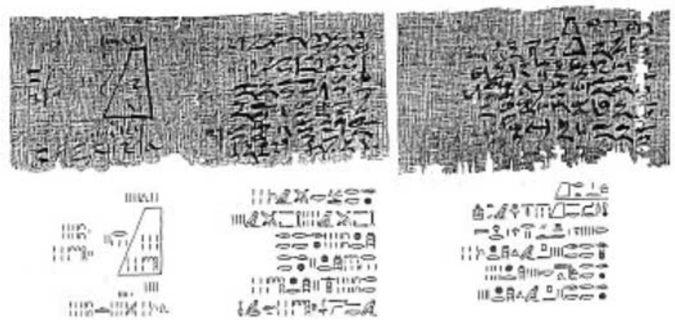
KATA PENGANTAR iii
DAFTAR ISI v
1. PENDAHULUAN 1
2. MATEMATIKA 3
  2.1 Matematika Sebagai Ratu Ilmu Pengetahuan 4
  2.2 Matematika Sebagai Alat Pehitungan Bagi Ilmu Pengetahuan 6
  2.3. Matematika Sebagai Seni Untuk Memahami Ilmu Pengetahuan 7
  2.4. Matematika Sebagai Seni Menuju Jalan ke Realitas 14
3. MATEMATIKA DI INDONESIA 19
  3.1. Matematika dan Budaya 19
  3.2. Pengajaran Matematika 22
4. MATEMATIKA DAN KEGIATAN MATEMATIKA 23
  4.1. Kegiatan di Matematika 24
5. PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN MANFAAT BELAJAR 28
  5.1. Manfaat Belajar Matematika 30
6. RENCANA KEGIATAN MENDATANG 33
  6.1. Tantangan untuk Pendidikan Matematika 33
  6.2. Melakukan Penelitian 34
  6.3. Perkuliahan “Terbalik” 36

7. UCAPAN TERIMA KASIH 37
8. DAFTAR PUSTAKA 38
CURRICULUM VITAE 41

MATEMATIKA, SENI PEMECAHAN MASALAH, BAHKAN UNTUK HAL YANG TAK TERLIHAT

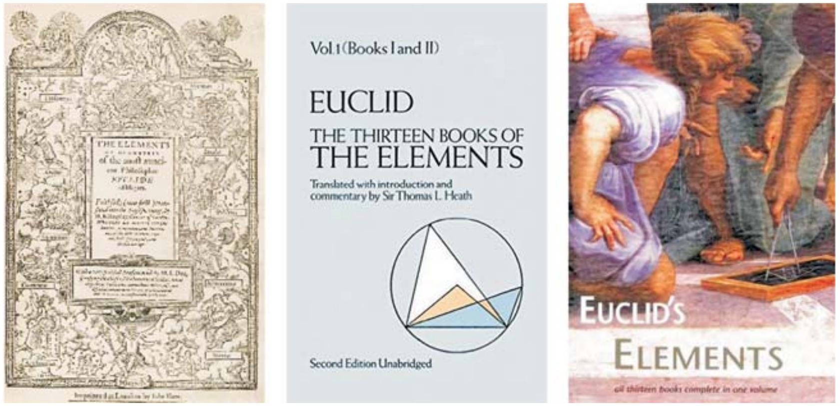
1. PENDAHULUAN

Ilmu Matematika sudah dikenal seawal dengan budaya manusia. Matematika sebagai aktivitas manusia tumbuh bersama dengan budaya manusia. Pada buku *A History of Mathematics*, [2] Boyer mengatakan bahwa aktivitas manusia tentang matematika sudah dikenal sejak 3500 sebelum Masehi. Pada jaman dimana ilmu pengetahuan dituliskan dan disebarkan, hanya ada beberapa peninggalan di tempat tertentu. Tulisan paling kuno yang saat ini dikenal adalah Plimpton, papirus Matematika Rhind dan papyrus Matematika Moscow yang masing-masing berisi tentang matematika di Babylonia di tahun 1900 SM, Mesir di tahun 2000 SM dan Mesir di tahun 1800 SM.



Gambar 1: Papirus Matematika Moscow Soal no 14 mengenai piramida terpancung, diambil dari https://en.wikipedia.org/wiki/Moscow_Mathematical_Papyrus

Sedangkan peninggalan paling tua tentang matematika yang sudah ditulis dalam bentuk terstruktur dan dikenal saat ini adalah buku *Elements* yang ditulis oleh Euclid di Alexandria, Ptolemaic, Mesir pada tahun 300 SM. Tulisan ini disampaikan dalam bentuk 13 buku yang berisi dengan definisi, postulat, proposisi dan bukti matematika dalam bidang geometri dan aljabar.



Gambar 2:

1. Bagian kiri adalah kover dari buku yang merupakan terjemahan pertama dari buku Elements ke dalam Bahasa Inggris oleh Sir Henry Billingsleys di tahun 1570. (https://en.wikipedia.org/wiki/Euclid%27s_Elements).
2. Bagian tengah adalah buku Elements yang dijual di Amazon dan diterjemahkan oleh Sir Thomas L Heath (1908) dan pertama kali diterbitkan oleh Dover di tahun 1956 (http://www.amazon.com/The-Thirteen-Books-Elements-Vol/dp/0486600882).
3. Bagian kanan adalah perbaikan terjemahan dan layout yang dikerjakan oleh Dana Densmore pada tahun 2002 dan sudah dicetak ulang 2003 dan 2007. (http://www.amazon.com/Euclids-Elements-Euclid/dp/1888009195).

Pertanyaan kemudian, dengan aktivitas matematika yang sudah demikian lama, apakah matematika perlu diberikan tempat di suatu perguruan tinggi modern. Cukupkah mahasiswa hanya diberikan ilmu-ilmu baru dan memberikan rumus-rumus atau resep-resep yang ada di matematika. Atau bahkan mahasiswa jaman sekarang harus mampu **bermatematika** sesuai dengan bidangnya masing-masing.

Pada kesempatan ini dicoba untuk mengungkapkan bahwa posisi matematika saat ini jauh lebih penting dari beberapa tahun yang lalu. Matematika yang telah menawarkan interaksi dengan semua ilmu, sains, teknik, ekonomi, sosial, musik, saat ini lebih banyak lagi cabang ilmu yang berinteraksi dengan matematika. Karena ilmu pengetahuan memerlukan argumentasi dan itu hanya bisa dilakukan melalui kuantifikasi.

Demikian pula arti bermatematika akan diulas juga. Ketrampilan ini, bukan pengetahuan, yang menurut hemat saya akan sangat berguna bagi siapapun dan dari bidang apapun.

2. MATEMATIKA

The advancement and
perfection of mathematics are
intimately connected with the
prosperity of the State.

Nopoleon Bonarparte

Seperti benda atau kejadian lain, selalu mempunyai banyak muka atau interpretasi, termasuk matematika. Ada banyak sisi untuk melihat matematika. Kita akan melihat beberapa pandangan.

2.1. Matematika Sebagai Ratu Ilmu Pengetahuan

Pertama, kita akan mencoba memahami pandangan Carl Friedriech Gauss (1777-1855), seorang ahli matematika yang luar biasa dari Jerman, yang menyatakan bahwa *"Mathematics is the queen of science and number theory is the queen of mathematics"* [1]. Saya dapat membayangkan bahwa interpretasi dari kalimat ini berbeda pada setiap orang, tergantung dari pengalaman bermatematikanya.

Kita semua tentu sudah mendengar bagaimana Gauss, saat kelas 4, dapat menghitung penjumlahan 1 + 2 + ... + 100 hanya dalam hitungan detik sebagai 5050, tanpa menggunakan kertas buram.

Gauss juga dapat menghitung integral elliptik jenis pertama, suatu integral yang tak pernah ditemui oleh mahasiswa tingkat sarjana tetapi banyak muncul di penggunaan, $K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}$ hanya dengan memilih dua bilangan tertentu $a_0 = x, b_0 = y$ memenuhi $k = \frac{x-y}{x+y}$, dan kemudian membentuk dua barisan bilangan $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + b_n)$ dan $b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$ untuk $n = 1,2,3,\dots$

Kedua susunan barisan ini $a_0, a_1, a_2, \dots$ dan $b_0, b_1, b_2, \dots$ menuju ke bilangan yang sama yaitu $M(x,y)$ yang disebut sebagai rata-rata aritmetika-ge-ometrik. Hubungan bilangan yang terakhir dan integral di

atas adalah $K\left(\frac{x-y}{x+y}\right) = \frac{\pi}{4}\frac{x+y}{M(x,y)}$

https://en.wikipedia.org/wiki/Arithmetic%E2%80%93geometric_mean

Pada awal abad ke 20, mungkin masyarakat baru bisa percaya pernyataan Gauss setelah melihat hasil yang luar biasa di bidang ilmu pengetahuan yang diperoleh dari hasil pengembangan matematika beberapa tahun atau bahkan beberapa dekade yang lalu. Tanpa geometri yang dikembangkan oleh G.F.B. Riemann (1826-1866) yang dikemukakan pada tahun 1854, atau tanpa teori invariansi yang dikembangkan oleh A. Cayley (1821-1895), J.J. Sylvester (1814-1897) dan juga pengikutnya, Teori Relativitas Umum dan Gravitasi oleh A. Einstein (1878-1955) di tahun 1916, mungkin tak akan dapat dikemukakan [1].

Ada banyak hal seperti di atas. Tanpa mempertimbangkan penggunaan langsung, beberapa matematikawan mengembangkan suatu pokok pembicaraan matematika, hanya dengan mempertimbangkan ke-simetrian, kesederhanaan, dan perumuman. Kemudian baru beberapa tahun atau dekade kemudian, ilmu tersebut dipakai.

Terakhir hal besar yang dapat dijadikan contoh adalah teori bilangan. Kerumitan dari pemfaktoran bilangan yang merupakan hasil kali dua bilangan prima dan besar, hampir sama besar, telah dimanfaatkan oleh Ron Rivest, Adi Shamir dan Leonard Adleman (RSA, 1977) untuk kunci dari suatu enskripsi. Hal yang ekivalen juga telah dilakukan ahli matematika dari Inggris Clifford Cocks di tahun 1973, dan karena dianggap rahasia, baru diumumkan ke umum pada tahun 1997. [4]

Revolusi di dalam fisika modern hanya terjadi karena diawali pekerjaan dari Heisenberg (1901-1976) dan P.A.M Dirac (1902-1984) yang memanfaatkan matriks yang diketemukan oleh Cayley di tahun 1858 dan sekelompok matematikawan.

Sampai sekarang orang sangat heran, matematika yang diciptakan atau diketemukan oleh manusia di dalam suatu ruangan sempit, mengapa begitu sangat sesuai untuk alam yang begitu kompleks. Ini juga yang menyebabkan sebagian dari manusia menyebutkan bahwa matematika adalah ratu dari ilmu pengetahuan.

2.2. Matematika Sebagai Alat Perhitungan Bagi Ilmu Pengetahuan

Pada bagian ini kita akan melihat sisi lain dari matematika. Jika di atas diperlihatkan bahwa perkembangan matematika dapat saja muncul dengan hanya dengan menggunakan prinsip dasar yang ada di matematika. Dalam sisi lain, matematika juga berkembang karena kebutuhan ilmu pengetahuan.

Contoh yang membawa perkembangan luar biasa adalah saat perhitungan mengenai pesawat terbang yang bergerak dengan kecepatan lebih kecil dari kecepatan suara, dan pesawat terbang yang bergerak dengan kecepatan lebih besar. Pada kasus yang pertama, cukup hanya berbicara tentang fungsi kontinu karena kita dapat memperhatikan sistem pada titik demi titik. Tetapi berbeda pada pesawat yang bergerak melebihi kecepatan suara. Pada sistem tersebut terdapat perubahan tekanan yang tiba-tiba, sehingga tekanan harus dipandang secara keseluruhan,

walaupun besaran tersebut tidak kontinu. Sebagai abstraksi, oleh Sobolev, Laurent Schwartz, Courant diperkenalkan konsep distribusi atau fungsional dengan test fungsinya. Secara mudah, kita perlu memandang integral dari besaran yang dibahas, karena fungsional tersebut merupakan perumuman integral dari besaran dan fungsi test. Dengan dasar yang kokoh, perkembangan pemodelan yang berkaitan dengan pesawat terbang berkembang dengan pesat [4].

Penggunaan juga membuat matematika menjadi lebih berkembang. Misalkan saja masalah nyata yang dapat dinyatakan dalam persamaan matriks $Ax = b$ dengan A matriks berukuran $n \times n$, x matriks berukuran $n \times 1$ dan b matriks berukuran $n \times 1$. Jika determinan dari matriks A tak sama dengan nol, maka jawab dari persamaan tersebut ada. Di lain pihak, pada pelajaran yang baku, jika determinan dari matriks A sama dengan nol, maka tidak ada jawab.

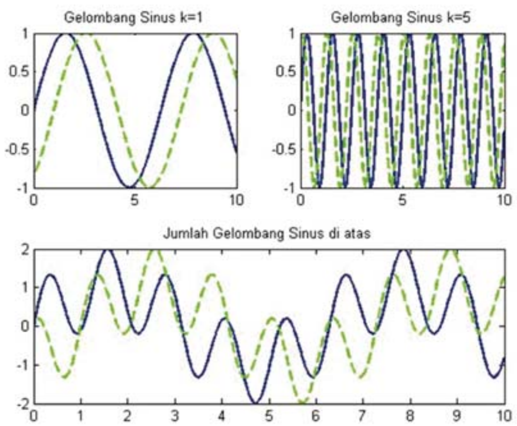
Tetapi sekarang masalahnya ada beberapa keadaan kita tetap harus mencari nilai x berdasarkan pengukuran yang diperoleh dari b . Tentu saja penyelesaian dari hal seperti tidak dapat dilakukan hanya dengan menggunakan algoritma baku. Kita harus dapat melihat struktur dari matriks karena kemungkinan dari struktur matriks tersebut tidak hanya satu atau dua kemungkinan, dan mengenali struktur matriks tersebut. Untuk itu keterampilan cara membedah matriks sangat diperlukan

2.3. Matematika Sebagai Seni Untuk Memahami Ilmu Pengetahuan

Ada banyak peristiwa alam yang dapat dijelaskan dengan matematika. Misalkan saja dengan menggunakan persamaan Bernoulli, kita dapat menjelaskan mengapa pesawat terbang dapat terbang. Dengan adanya perbedaan kecepatan udara yang bergerak di atas pesawat dan di bawah pesawat, maka akan timbul perbedaan tekanan. Hal ini dapat dijelaskan dengan rumus Bernoulli yang menyatakan fakta Fisika, mengenai hukum kekekalan enersi.

Ilustrasi yang lebih jelas dapat diberikan pada masalah gelombang. Di Fisika, gelombang di tali dapat dipandang sebagai kumpulan getaran dari setiap titik di tali tersebut.

Untuk menggambarkan gelombang tersebut, umumnya simpangan gelombang dinyatakan dalam fungsi trigonometri sinus/cosinus. Misalkan $y = A\sin(kx - \omega t) = A\sin k(x - ct)$.

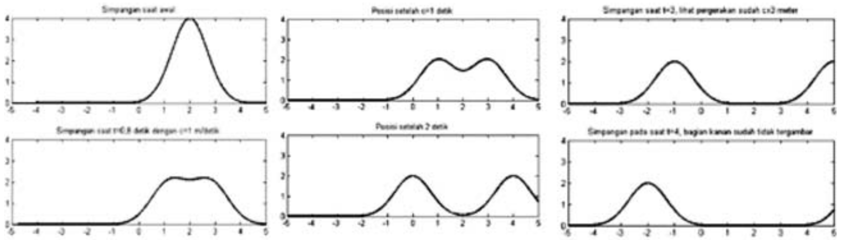


Gambar 3 : Dengan menggunakan fungsi sinus dan kosinus, sangat sulit melihat interaksi gelombang misalkan salah satu ujung tali tetap.

Di matematika, untuk melihat interaksi tersebut, fungsi sinus dan kosinus tersebut diganti dengan fungsi sebarang. Karena kesempatan ini, biasanya dipilih fungsi yang lebih sederhana. Misalkan diganti dengan fungsi Gauss (distribusi normal) atau fungsi lain, sebab fungsi Gauss hampir semuanya bernilai nol, dan hanya bagian kecil yang tak nol dan berbentuk "gundukan". Dengan pergantian fungsi ini, sebenarnya konsep fisika bahwa gelombang dibangun oleh getaran, menjadi hilang. Simpangan yang terjadi pada satu titik hanya sesuai dengan fungsi yang digunakan. Khususnya untuk fungsi Gauss.

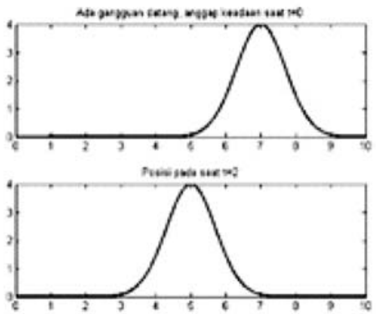
Di matematika, pembicaraan gelombang satu dimensi dimulai dari persamaan diferensial parsial yang mempunyai bentuk $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ dengan $u(x,t)$ merupakan simpangan di titik x pada saat t. Jawab persamaan tersebut dapat ditentukan jika persamaan tersebut dilengkapi dengan simpangan awal $u(x,0) = f(x)$ dan kecepatan awal $\frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = g(x)$.

Jawab persamaan tersebut adalah $u(x,t) = \frac{f(x+ct)+f(x-ct)}{2} + \frac{1}{2c}\int_{x-ct}^{x+ct} g(w)dw$ yang diperoleh oleh DÁlembert (1717-1783). Dengan anggapan bahwa $g(w) \equiv 0$, maka persamaan ini mengatakan bahwa jika ada gangguan (atau) suatu simpangan awal sebesar $f(x)$, maka gangguan ini akan dirambatkan ke kanan dan ke kiri dengan kecepatan c, dan simpangan yang ada dibagi dua.



Gambar 4: Perambatan gelombang ke kanan dan ke kiri.

Sekarang, misalkan ada gelombang datang dari kanan, dimana posisi tali akan berakhir di $x = 0$ dan tali di titik tersebut dipaku atau mempunyai ujung tetap. Apa yang akan terjadi pada gelombang tersebut. Kita akan menganalisa hal tersebut hanya dengan menggunakan matematika saja.

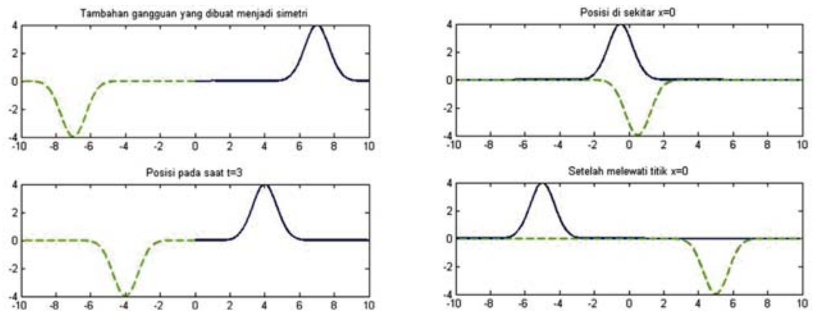


Gambar 5: : Pada seujung tali yang diikat pada saat $x = 0$ diganggu dengan simpangan yang bergerak ke kiri. Secara matematika, perjalanan gelombang tersebut dapat disajikan sebagai fungsi $u(x, t) = f(x + ct)$, dan untuk sampai t tertentu, di titik $x = 0$ akan juga terjadi simpangan. Tetapi kita menginginkan di $x = 0$ tak ada simpangan, jadi haruslah $u(0, t) = 0$ untuk setiap saat.

Di matematika, secara bebas kita dapat menambahkan tali imajinair

mulai dari $x = 0$ ke kiri dengan panjang secukupnya. Selanjutnya, agar simpangan di titik $x = 0$ selalu sama dengan nol, maka perlu ditambahkan gangguan, tetapi sekarang dari kiri menuju ke kanan dan kurang lebih simpangan pada tali imajinair, simetri dengan $x = 0$ terhadap gangguan yang sebenarnya.

Setelah sampai di sekitar titik $x = 0$, simpangan ini saling meniadakan sehingga simpangan di titik tersebut selalu sama dengan nol. Setelah melewati titik $x = 0$, maka simpangan yang dari kiri akan terus ke kanan dan yang dari kanan akan ke kiri. Pada kenyataannya, simpangan dari kanan akan hilang dan akan muncul simpangan dari kiri. Berdasarkan hal ini, kita memahami bahwa akibat ujung tetap, gelombang akan dipantulkan dan terbalik. Di Fisika hal ini diimplementasikan adanya penambahan fase sebesar π pada gelombang datang.

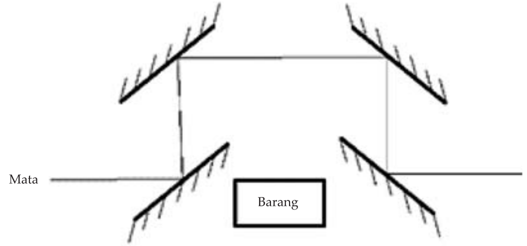


Gambar 6: Di bagian kiri ditambahkan tali imajineir dengan gangguan yang simetris terhadap gangguan sebenarnya. Gangguan dari kanan akan terus bergerak ke kiri dan, gangguan imajinair akan terus ke kanan.

Dengan menggunakan matematika, kita dapat melihat sifat perambatan gelombang jika melewati media yang berbeda masa, maupun kekakuan. Berdasarkan informasi pencatatan di muka bumi dari balikan gelombang dari dalam bumi, kita dapat memprediksi struktur di dalam bumi. Ini adalah salah satu dari masalah invers yang merupakan kajian dari penulis.

Banyak orang berpendapat bahwa film Harry Potter merupakan film imajinasi sebab Harry Potter bisa menghilang, yaitu dengan menggunakan jubahnya. Penggunaan jubah tidak sekedar membuat Harry Potter tertutup, tetapi tidak terlihat sampai dengan jubahnya juga. Secara sederhana, dengan pembelokan cahaya seperti pada Gambar 8 maka benda yang ada tidak akan terlihat oleh mata. Masalah ini disebut sebagai cloaking

Gambar 7: Jalan aspal yang tertutup oleh air



Gambar 8: Benda yang tak terlihat karena cahaya yang dibelokan.

Masalah benda tak terlihat dan terlihat sudah muncul di film "Star Trek". Di kapal Romulan, terdapat tameng yang yang membelokkan cahaya tertentu.

Bagaimana dengan terhadap gelombang elektromagnetik? Apakah kita dapat menyembunyikan suatu barang terhadap gelombang elektromagnetik, mengingat gelombang ini dapat menembus hampir di semua media. Apakah hal ini bisa dilakukan walau secara teori? Akhir-akhir ini, orang matematika dan fisika telah melihat bahwa hal tersebut dapat dilakukan. Sayang penjelasan ini terlalu teknis saat ini.

Bagi orang teknik, masalah ini menjadi membuat "metamaterial" dengan struktur mikro yang sangat khusus dan dapat membelokan gelombang yang dapat dikontrol dan juga jenisnya.

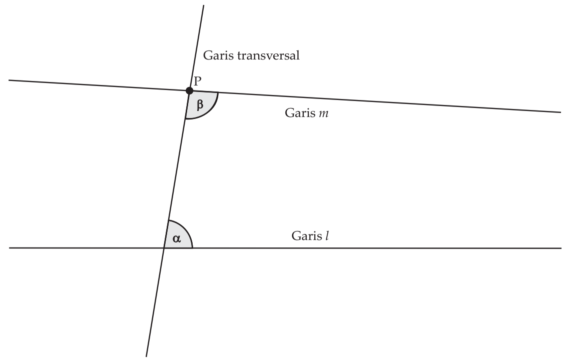
Berbeda dengan *cloaking*, masalah invers adalah masalah pengukuran suatu benda dari "luar" untuk mengetahui keadaan bagian dalam. Dengan munculnya masalah *cloaking*, masalah invers menjadi lebih menantang. Artinya dengan pengukuran sekali saja, dapat terjadi bahwa struktur yang diperoleh bukan yang sebenarnya.

2.4. Matematika Sebagai Seni Menuju Jalan ke Realitas.

Pada umumnya salah satu masalah orang belajar matematika, mereka memandang matematika sebagai suatu hal yang abstrak. Sebagai contoh, kita semua tentu masih ingat saat belajar, bahwa akar dari suatu bilangan real ada jika bilangan tersebut bernilai non negatif. Tetapi saat kita belajar bilangan kompleks, tiba-tiba pengajar mengatakan bahwa mulai sekarang kita akan mengatakan bahwa $\sqrt{-1}$ ada dan ditulis sebagai i . Ataupun pada buku hanya dituliskan bahwa ada bilangan baru yang didefinisikan sebagai $\sqrt{-1} = i$. Tentu ini memberikan kejutan. Walaupun demikian penggunaan dari bilangan baru ini sangat luar biasa. Mulai dari perhitungan impedansi (tahanan listrik untuk arus AC) yang dapat menggunakan bilangan kompleks, hidrodinamika, dan sampai perhitungan integral fungsi real yang dapat dihitung dengan cara di bilangan kompleks. Oleh karena itu Hadamard mengatakan *"The shortest path between two truths in the real domain passes through the complex domain"*, cara yang terpendek untuk memahami dua fakta di bilangan real melalui bilangan kompleks.

Walaupun penggunaan bilangan kompleks yang begitu luar biasa, tetapi kesan bahwa bilangan kompleks sebagai suatu abstrak sangat sulit dihindari, terlebih kepada mahasiswa yang hanya mengejar penggunaan langsung dari ilmu yang sedang dipelajari.

Contoh lain penemuan matematika yang kemudian terpakai di dunia nyata adalah geometri non Euclid. Pertama kali geometri bidang diperkenalkan oleh Euclid di Alexandria melalui lima aksioma atau postulat. Salah satu aksioma tersebut adalah tentang kesejajaran. Misalkan diketahui garis l dan garis m melalui titik P di luar garis l. Posisi kedua garis (berpotongan atau sejajar) cukup diketahui dengan menarik garis transversal (garis yang memotong kedua garis). Jika sudut sepihak dalam (lihat Gambar 9) berjumlah kurang 180°, maka kedua garis l dan m akan berpotongan pada pihak tersebut.

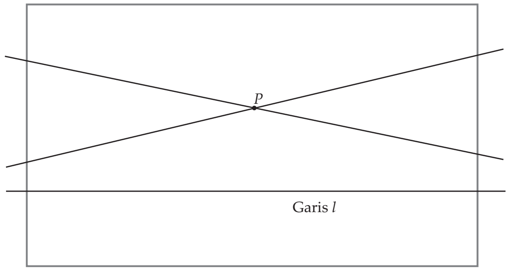


Gambar 9: Untuk melihat posisi dua garis l dan m, cukup dengan menarik garis transversal dan melihat sudut α dan β.

Masalahnya kemudian, jika ukuran tersebut kontinu, maka akan ada tepat satu garis yang melalui titik P dan sejajar l, yaitu saat garis transversal membentuk sudut dengan jumlah 180° dengan dua garis yang diketahui. Sebagai aksioma atau postulat banyak orang yang tidak bisa menerima hal ini. Tetapi sudah menjadi kebiasaan, aksioma ini tidak diabaikan, tetapi orang membuat sistem aksioma baru. Sebagai ganti adanya tepat satu garis sejajar dan melalui titik *P* diganti dengan

i. ada minimal 2 garis yang melalui titik *P* dan sejajar dengan garis *l*, oleh karena itu akan ada banyak garis melalui titik *P* dan sejajar dengan garis *l*.

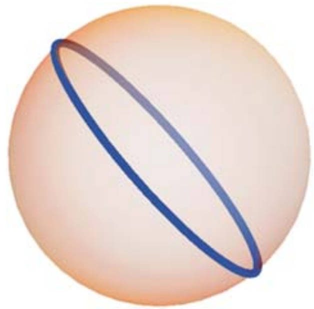
ii. tidak ada garis yang melalui *P* dan sejajar dengan garis *l*, atau semua garis yang melalui *P* selalu memotong garis *l*.



Geometri yang pertama disebut sebagai geometri hiperbolik karena perhi-tungan panjang dan sudut dapat dilakukan dengan fungsi trigonometri hiperbolik. Sedangkan geometri yang kedua disebut sebagai geometri elliptik.

Melalui deduksi, ada banyak hal yang dapat ditarik kesimpulan tentang sifat-sifat di geometri baru ini. Misalkan saja jumlah sudut dalam suatu segitiga pada geometri hiperbolik kurang dari 180° dan dan jumlah sudut dalam suatu segitiga pada geometri elliptik selalu lebih dari 180°.

Persoalannya kemudian, apakah geometri ini nyata. Pada tahun 1854, Georg Friedrich Bernhard Riemann sebagai murid Gauss, memberikan kuliah pertama kali tentang realisasi dari geometri tersebut pada suatu permukaan. Secara sederhana, geometri elliptik dapat disajikan pada permukaan bola. Sebagai garis, seperti halnya pada geometri bidang, adalah lintasan benda yang bergerak tanpa percepatan di permukaan bola. Dengan menggunakan kalkulus variasi, dapat dibuktikan bahwa lintasan tersebut harus berbentuk lingkaran besar, yaitu perpotongan antara permukaan bola dan bidang yang melalui titik pusat.

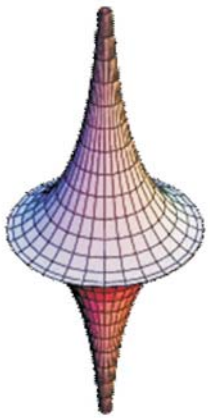


Gambar 10: Lingkaran besar sebagai garis di permukaan bola.

Sekarang, ambillah ekuator sebagai garis, dan sebuah titik *P* di luar garis tersebut. Mudah dilihat bahwa semua garis yang melalui *P* selalu akan memotong ekuator. Dengan demikian garis yang melalui titik *P* akan selalu memotong garis ekuator.

Demikian pula, jika dibentuk sebuah segitiga dengan sisi ekuator dan dua buah garis bujur, misalkan, 0° dan 90°, maka akan terbentuk suatu segitiga dengan jumlah sudut dalamnya 270°, dan ini adalah contoh segitiga yang jumlah sudutnya lebih besar dari 180°.

Sedangkan geometri hiperbolik dipakai Einstein (1905) untuk menjelaskan Teori Relativitas Umum. Jika bola merupakan benda yang cembung, maka geometri hiperbolik ini dapat disajikan pada permukaan yang cekung.



Gambar 11: Permukaan dengan kelengkungan negatif. Bandingkan dengan permukaan bola sebagai kelengkungan positif.

Sedangkan geometri Euclid hanya berlaku di bidang datar. Dalam realitasnya, geometri Euclid berlaku pada daerah "kecil"di permukaan bumi. Jika sudah cukup lebar, maka kita harus menggunakan geometri bola atau elliptik.

Sebagai ilustrasi, misalkan kita menggambarkan segitiga pada balon yang datar (belum ditiup), maka jumlah sudut dari segitiga di balon

tersebut adalah 180°, mengikuti geometri Euclid. Sekarang, jika balon tersebut ditiup, maka masing-masing sudut akan membesar, dan kita dapat mengerti mengapa jumlah sudut dalam segitiga elliptik akan berjumlah lebih dari 180°. Makin besar jari-jari bola maka akan makin kecil jumlah sudut tersebut.

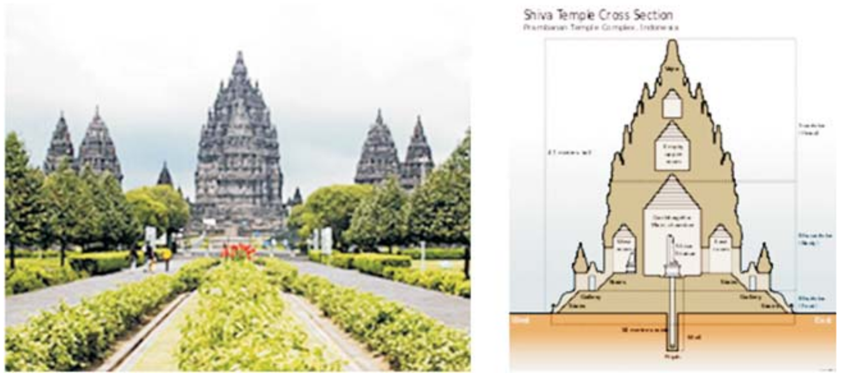
Sebaliknya, jika balon tersebut dapat dibuat sehingga menjadi permukaan yang cembung ke dalam, maka masing-masing sudut tersebut akan makin kecil. Oleh karena itu kita dapat mengerti bahwa jumlah sudut dalam geometri hiperbolik lebih kecil dari 180°.

3. MATEMATIKA DI INDONESIA

3.1. Matematika dan Budaya

Gambaran tentang matematika di Indonesia dapat dilihat dari peninggalan yang ada dan juga bahasa yang dipergunakan. Sebenarnya ada banyak sekali peninggalan yang memperlihatkan kita menggunakan matematika, misalkan saja Candi-candi, istana dari beberapa kerajaan jaman dahulu dan bangunan lainnya.

Untuk bisa membangun Candi sehingga tidak sampai runtuh tentu perlu perhitungan yang matang. Sebagai contoh Candi Prambanan. Candi ini tidak sekedar merupakan gundukan batu, tetapi ada ruang kosong di dalamnya. Agar konstruksi ini tidak runtuh, tentu memerlukan persiapan yang memadai. Persiapan inilah menggunakan matematika.



Gambar 12: Struktur bangunan dari candi Prambanan.

Demikian pula halnya dengan bangunan di Mangkunegaraan. Para adipati berada di dalam bangunan sedangkan lainnya di luar bangunan. Para adipati dengan mudah dapat memanggil para pembantu, tidak perlu berteriak walau jarak antara mereka cukup jauh. Hanya dengan tepukan kecil, para pembantu dapat mendengar.

Gambar 13: Istana Mangkunegaraan dengan bentuk atap bagian dalam yang dibuat secara khusus.

Agar ini terjadi, tentu bentuk atap tidak bisa sekedar hanya datar atau seperti yang terlihat di rumah. Atap dari bangunan itu harus dibuat khusus agar suara dari bawah akan terdengar di luar bangunan.

Tetapi patut disayangkan bahwa matematika tidak tampak dalam keseharian kita. Misalkan saja dalam berbahasa. Bahasa Indonesia tidak mengenal tentang kuantifikasi. Kalimat “Saya mempunyai mobil” merupakan kalimat yang utuh, bandingkan dengan Bahasa Inggris yang memerlukan tambahan tentang berapa banyak benda yang disebut, satu, beberapa atau sudah diketahui bersama. Kalimat lain yang serupa dengan kalimat di atas adalah kalimat lawannya, “Saya tidak mempunyai mobil”.

Hal lain yang perlu disoroti adalah penggunaan kalimat negatif. Misalkan saja Gerbang Tol Otomatis. Pemberitahuannya lebih kepada sisi negatifnya, yaitu mobil yang dilarang masuk. Di dalam matematika, definisi dan lainnya dikemukakan dalam bentuk yang positif. Demikian pula halnya dalam Bahasa Inggris.

Gambar 14: Lebih menonjolkan yang dilarang, dibandingkan langsung kepada kelompok penggunanya.

3.2. Pengajaran Matematika

Pengajaran matematika sangat bergantung pada pandangan pengajar terhadap matematika. Di Indonesia, pandangan umum tentang matematika dapat dibaca, misalkan dari buku yang dikeluarkan oleh Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional, 1999/2000 dan ditulis oleh seorang pakar pendidikan.[7]

Untuk lebih lengkapnya komunikasi pada orasi ini, akan dikemukakan kembali hal-hal yang perlu mendapat perhatian di buku tersebut. Pada buku tersebut dijelaskan bahwa matematika merupakan ilmu yang abstrak, baik objek maupun konsep. Disebutkan, bahwa dasar ilmu matematika adalah kesepakatan dan pengembangannya dilakukan dengan secara deduktif. Selanjutnya dikatakan juga bahwa matematika memiliki banyak simbol, tetapi simbol ini tanpa arti. Walau demikian, semuanya memperhatikan semesta pembicaraan antara konsep abstrak di matematika. Tentu saja, disebutkan bahwa matematika merupakan sistem yang konsisten.

Dari buku pelajaran dapat dilihat bahwa matematika dianggap sebagai alat yang sudah menyediakan rumus. Selanjutnya dengan menggunakan rumus tersebut perhitungan untuk beberapa hal dilakukan. Pada uraian berikutnya akan diperlihatkan bahwa hal tesebut memerlukan perhatian.

4. MATEMATIKA DAN KEGIATAN MATEMATIKA

Matematika merupakan abstraksi, bedakan sebagai ilmu abstrak, dari kegiatan manusia. Keperluan untuk menghitung banyak benda, manusia menciptakan bilangan. Mulai dari yang sederhana, yaitu bilangan asli. Karena kegiatan yang semakin banyak, manusia menciptakan bilangan-bilangan lain, bilangan bulat, bilangan rasional, bilangan real sampai dengan bilangan kompleks.

Berkaitan dengan kegiatan waktu, manusia menciptakan urutan atau *ordering*, sebelum dan sesudah suatu peristiwa. Demikian pula karena harus membandingkan antara satu objek dengan objek lain, manusia melakukan abstraksi tentang urutan ini pada koleksi dari objek yang ada. Urutan yang terbentuk tidak selalu dapat dilakukan secara menyeluruh, walau demikian orang tetap melakukan urutan tersebut semampunya. Oleh karena itu dikenal sebagai urutan sebagian *(partial ordering)*. Berdasarkan ini kita belajar, walau sistem tidak dapat diperoleh yang sempurna, lakukanlah sesuatu agar diperoleh kemajuan.

Karena antar manusia dapat berbeda pendapat, oleh karena itu manusia membuat abstraksi tentang hubungan logika. Dan melakukan pembuktian berdasarkan informasi yang ada. Tetapi harus ada awalnya. Awal inilah yang disebut sebagai aksioma *(axiom)*, yaitu suatu hal yang mudah diterima. Misalkan saja aksioma geometri, melalui dua titik dapat dibentuk sebuah garis dan hanya satu. Hal ini hanya sekedar abstraksi dari kegiatan memperoleh garis lurus dengan menarik benang yang memerlukan dua orang.

Demikian pula dengan Aksioma Group sekedar merupakan abstraksi dari berbagai himpunan yang dilengkapi dengan satu operasi yang berkaitan, dan dipilih yang paling sederhana.

Tentu saja bentuk matematika sampai saat ini memerlukan waktu dan juga sumbangan dari semua bangsa. *"Mathematics knows no races or geographics boundaries; for mathematics, the cultural world is one country"*, kata David Hilbert. Hal ini memang benar, bahwa di setiap pelosok tempat di dunia ini ada sumbangan terhadap matematika. Walaupun perkembangan yang terlihat berasal dari Eropa, tetapi sebenarnya dari Timur Tengah, Asia juga banyak memberikan sumbangan terhadap kemajuan matematika.

4.1. Kegiatan di Matematika

Ada beberapa hal yang membuat matematika berkembang.

1. Penyelesaian suatu masalah. Ada berbagai masalah yang biasa diselesaikan di matematika, mulai dari mencari jawab suatu persamaan atau memperlihatkan bahwa suatu objek memenuhi sifat tertentu. Salah satu masalah yang terkenal adalah memperlihatkan bahwa persamaan $x^n + y^n = z^n$, dengan n bilangan asli yang lebih besar dari 3, tidak mempunyai jawab di bilangan bulat. Selama separuh abad 20 yang lalu, hasil dari usaha menyelesaikan masalah tersebut menciptakan matematika yang luar biasa. Sehingga saat masalah

enskripsi berkembang, telah tersedia di matematika yang menghasilkan metode RSA.

Kegiatan seperti ini sudah mulai dilakukan oleh siswa sejak sekolah dasar. Kunci utama dari pembelajaran matematika adalah keberhasilan me-nyelesaikan masalah mulai dari yang sederhana, meningkat sesuai dengan tingkatannya. Luar biasanya, matematika menyediakan semua tingkat kesulitan dari masalah yang ada.

2. Melengkapi. Contoh yang sudah dikenal oleh kita semua, melengkapi himpunan bilangan real menjadi himpunan bilangan kompleks agar semua persamaan mempunyai jawab. Demikian pula dengan fungsi test dan teori distribusi dibuat agar semua fungsi dapat diturunkan *(derived)*. Walaupun arti turunan yang terakhir ini merupakan turunan yang lebih umum, sehingga melibatkan fungsi yang lebih banyak.
3. Mencari struktur yang sama. Untuk masalah sederhana, persamaan linear $ax + by + cz = d$ dengan a, b, c, d bilangan diketahui, mudah sekali di selidiki. Dengan bekal ini, orang matematika mencoba mencari struktur yang sama pada persamaan yang lain, misalkan saja persamaan diferensial $a(t)y'' + b(t)' + c(t)y = d(t)$ dengan $a(t), b(t), c(t), d(t)$ empat fungsi yang diketahui, apakah mempunyai sifat yang sama dengan sifat persamaan aljabar di atas.
4. Mencari hal yang tidak berubah. Pada analisis pesawat terbang orang mencari besaran-besaran yang tidak berubah, apakah itu enersi, momentum dan lain sebagainya. Aktivitas seperti juga dapat

dilakukan pada matematika tingkat SMA. Berikut adalah contoh soal Matematika SMA. Misalkan diberikan bilangan asli ganjil n. Kemudian, tuliskan bilangan $1, 2, ..., 2n$ di papan tulis. Kemudian, hapuslah dua bilangan sebarang dan kemudian tuliskan bilangan $|a - b|$, yaitu nilai positif dari perbedaan bilangan tersebut. Jika proses ini diteruskan, pada akhirnya hanya satu bilangan. Apakah kita dapat menduga jenis bilangan terakhir tersebut, apakah ganjil atau genap? Apakah kita dapat membuktikan dugaan kita?

Demikian pula dengan masalah menghitung integral fungsi elliptik. Gauss mulai dari sebarang bilangan (x_0, y_0) dengan $0 < x_0 < y_0$. Kemudian dibentuk barisan pasangan bilangan (x_n, y_n), $n = 0, 1, 2, 3$ ...... dengan

$$x_{n+1} = \frac{x_n + y_n}{2} y_{n+1} = \sqrt{x_{n+1} y_n}$$

Pada akhirnya kemana pasangan ini? Apakah kita dapat menebak hasilnya tanpa kita harus menghitung terus menerus! Salah satu cara menyelesaikan soal ini adalah mencari hal yang tidak berubah!

5. Mencari struktur yang paling hakiki. Contoh besar dari kegiatan ini adalah Euclid membuat aksioma paling dasar dari perhitungan geometri. Di dalam bekerja matematika, kita juga akan berhadapan dengan berbagai fakta. Selanjutnya, kita harus mencari fakta-fakta yang harus dibuat sebagai dasar dan yang lain sekedar implikasi. Saat ini dengan berkembangnya Pemodelan Matematika, kemampuan melihat hal yang paling dasar sangat diperlukan.

6. Perumuman *(Generalization)*. Ada banyak bentuk perumuman di matematika. Perumuman dari bidang dan ruang (dimensi 2 dan 3) menjadi dimensi n. Walau sekarang sangat mudah, tetapi hal ini memerlukan waktu yang cukup panjang untuk sampai tingkat ini. Demikian pula perhitungan di bilangan real, diangkat ke perhitungan di ruang Banach maupun Hilbert.

7. Proses Abstraksi. Di matematika seringkali kita membicarakan harga barang p yang bergantung pada banyak barang n. Ketergantungan ini ditulis sebagai hubungan antara variable atau fungsi $p = f(n)$. Demikian pula kita juga berbicara mengenai posisi benda s yang bergantung kepada waktu s. Ketergantungan ini ditulis sebagai $s = f(t)$. Sebagai abstraksi, kita memandang variabel y yang bergantung pada variabel bebas x, dan ditulis $y = f(x)$. Disini kita belum peduli dengan arti dari variable x. Tetapi dalam penggunaan, variable x tersebut dapat diganti dengan banyak barang, waktu atau bahkan posisi. Abstraksi yang lain, termasuk pemodelan.

8. Menganalisa bukti. Ini adalah skala kecil dari kegiatan mencari struktur yang paling dasar. Misalkan saja masalah sifat fungsi kontinu pada interval tutup harus terbatas. Sifat apakah yang sebenarnya berlaku. Ternyata syarat interval tutup dapat dibuang jika fungsi tersebut kontinu uniform.

5. PENDIDIKAN MATEMATIKA DAN MANFAAT BELAJAR

Pendidikan matematika dan manfaatnya, tergantung dari pandangan guru terhadap matematika. Telah diuraikan di atas, bahwa matematika yang diperkenalkan sebagai kumpulan rumus-rumus tidak akan berguna pada diri murid. Sebab rumus tersebut tidak akan pernah lagi dipakai pada kehidupan ini. Tetapi lain hal nya jika gagasan dari hasil-hasil tersebut yang dipelajari.

Misalkan saja penjumlahan 1 + 2 + 3 + ... 99 + 100 dapat dihitung dengan menggunakan rumus $\frac{1}{2} \times 100 \times 101 = 5050$. Dengan memperkenalkan hanya rumus saja, memang dapat menjawab ujian dengan cepat. Tetapi manfaat langsung kepada murid tidak terlihat. Lain halnya jika penjumlahan tersebut diperkenalkan melalui cara yang cerdik sebagai penjumlahan bilangan yang sama.

Karena penjumlahan bilangan tersebut merupakan jajaran bilangan yang makin bertambah, maka jika dilihat dari belakang, merupakan jajaran bilangan yang makin berkurang. Oleh karena itu, kalau susunan atau jajaran bilangan tersebut dibalik urutannya, dan dijumlahkan, maka kita akan memperoleh penjumlahan bilangan yang tetap.

Dalam hal ini $J_{100} = 1 + 2 + 3 + \cdots + 99 + 100$

$$J_{100} = 100 + 99 + 98 + \cdots + 2 + 1$$

Dengan demikian jumlah dari keduanya akan diperoleh

$$2J_{100} = 101 + 101 + \cdots + 101$$

yaitu penjumlahan bilangan 101 sebanyak 100 kali.

Disini siswa akan belajar bahwa jika mereka harus melakukan penjumlahan bilangan yang terus bertambah secara tetap, maka dengan menuliskan jajaran bilangan tersebut dalam urutan terbalik, maka akan diperoleh jajaran bilangan yang sama tetapi makin kecil. Hal ini akan memudahkan penjumlahan tersebut.

Contoh lain untuk sekolah dasar, misalkan suatu rumah sakit berdiri pada tahun 1923. Siswa harus menghitung berapa lama rumah sakit ini berdiri. Jika masalah ini hanya diperkenalkan sebagai 2015 - 1923, dan dilakukan dengan satu cara menghitung, maka matematika hanya masalah menggunakan prosedur baku, dan ini tidak menarik! Dengan cara ini matematika dipandang sebagai kumpulan alat.

Berbeda halnya jika siswa harus dapat menghitung hal ini dengan cara lain. Siswa harus dapat memanfaatkan, misalkan, bahwa pada tahun 2023, yaitu 8 tahun lagi, rumah sakit telah berdiri 100 tahun. Dengan mudah siswa dapat menghitung bahwa rumah sakit sudah berdiri selama 92 tahun.

Dalam belajar matematika, siswa tidak hanya melakukan prosedur baku untuk berbagai masalah. Siswa harus dapat memilih cara yang lebih mudah karena menghadapi masalah berbeda. Misalkan saja, dalam menghadapi masalah pengurangan, 2015 - 1923 dan 2015 - 1899, siswa harus dapat memanfaatkan keistimewaan dari masing-masing masalah. Dengan cara seperti ini, kemampuan siswa untuk menangani masalah yang berbeda dengan cara yang terbaik, dapat dikembangkan. Jika kemampuan di sekolah dasar dapat mencapai ketrampilan ini, diharapkan di sekolah lanjutan akan lebih baik.

5.1. Manfaat Belajar Matematika

Tanpa memperdebatkan, pada dasarnya matematika merupakan ciptaan atau penemuan manusia di waktu yang lalu. Tentu yang dibutuhkan bukan hanya sekedar kumpulan rumus, tetapi tentu lebih menarik jika kita juga akan mampu mengembangkan. Walaupun tujuan kita bukan untuk menjadi seorang ahli matematika, tetapi ketrampilan bermatematika akan sangat berguna bagi calon saintis maupun yang akan bekerja di bidang teknologi. Pada kesempatan ini dicoba untuk mengidentifikasi kesempatan yang diberikan oleh matematika.

(1) Dengan informasi yang ada, mencoba menyelesaikan masalah yang diberikan. Secara tradisi hal ini sudah banyak dilakukan, baik mulai dari rumus yang ada, matematika menyediakan berbagai masalah yang dapat diselesaikan secara langsung atau harus sampai kepada beberapa langkah.

(2) Mampu membagi masalah yang ada menjadi masalah yang lebih sederhana. Misalkan diberikan segitiga dengan ketiga sisi diketahui. Untuk menghitung luasnya, kita membagi segitiga tersebut menjadi segitiga yang lebih sederhana. Dalam hal ini segitiga siku-siku.

(3) Mengubah masalah menjadi masalah lain yang lebih sederhana. Sebagai contoh, misalkan kita harus menghitung 2015 - 1896, soal ini diubah sehingga cukup menghitung 2015 - 1900 dan kemudian cukup ditambah dengan 4. Demikian pula dengan masalah $\frac{1}{f(x)} < \frac{1}{k}$, dalam beberapa kasus cukup menyelesaikan $f(x) > k$ atau $f(x) < k$. Dengan cara ini, matematika memberikan kesempatan untuk berinovasi, menyelesaikan masalah dengan lebih baik. Tidak sekedar menjalankan suatu prosedur.

(4) Melakukan abstraksi maupun pemodelan. Saat ini dengan munculnya perangkat lunak seperti Simulink (MATLAB), System Modeller (Mathematica), yang mengubah proses menjadi persamaan matematika, mulai dengan penjumlahan, perkalian fungsi maupun turunan dan integral suatu fungsi, kemampuan berabstraksi lebih dibutuhkan lagi.

(5) Melihat pola atau membentuk pola. Pada eksplorasi yang muncul suatu pola sudah merupakan hal biasa. Tetapi seringkali kita juga harus membentuk pola, dalam arti sebagai berikut. Misalkan pada interpolasi kuadrat yang harus melalui $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$ dan $(x_3, f(x_3))$. Dengan menuliskan polinom tersebut sebagai

$$y = b_1 + b_2(x - x_1) + b_3(x - x_1)(x - x_2)$$

Dengan mudah dapat dihitung bahwa $b_1 = f(x_1), b_2 = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$ dan $b_3 = \frac{1}{x_3-x_2}\left[\frac{f(x_3)-f(x_1)}{x_3-x_1} - \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\right]$. Sebagai yang bekerja dengan matematika, harus mampu untuk memanipulasi aljabar bentuk tersebut sehingga muncul suatu pola.

(6) Melakukan sampai usaha terakhir. Di matematika, prinsip “tiada rotan akar pun jadi”selalu diterapkan. Misalkan kita mempunyai persamaan $Ax = b$, dengan A dapat merupakan matriks atau suatu operator dari ruang $X \to Y$. Jika A mempunyai invers, maka masalah persamaan tersebut, yaitu mencari jawab dan ketunggalannya, selesai. Tetapi masalahnya ada banyak persamaan dengan A tidak mempunyai invers. Persoalan menjadi sulit untuk melihat apakah persamaan tersebut mempunyai jawab atau tidak. Kita tentu tidak menginginkan mencari jawab persamaan dan tidak berhasil.

Di matematika, kita diajak untuk mencari suatu operator yang memetakan sesuatu yang berkaitan dengan Y ke sesuatu yang berkaitan dengan X. Salah satu di antaranya, di matematika dipelajari tentang operator sekawan $A': Y' \to X'$, yaitu operator yang dapat didefinisikan sebagai $\langle Ax, y'\rangle_{yxy'} = \langle x.A'y'\rangle_{xxx'}$ dengan $\langle -,- \rangle$ merupakan pasangan antara suatu ruang dengan ruang dualnya. Dapat dibuktikan bahwa persamaan $Ax = b$ akan mempunyai jawab jika b berada di pembuat nol dari nolitas dari A'. Sehingga untuk mengetahui apakah persamaan tersebut mempunyai jawab cukup dengan melihat apakah b merupakan pembuat nol dari nolitas dari A'. Sehingga untuk mengujinya cukup dengan menghitung $\langle b, y'\rangle$ jika $A'(y') = 0$. Ternyata juga mencari operator sekawan jauh lebih mudah dibandingkan mencari operator invers. Dalam hal matriks, cukup dengan menukar baris dan kolom. Demikian pula dengan operator integral, cukup menukar variabel dari kernelnya.

Demikian pula saat masalah dapat ditentukan secara pasti, maka cukup digunakan metode deterministik. Tetapi jika masalah tersebut memuat ketidakpastian, maka matematika menganjurkan untuk membuat dugaan pada suatu interval tertentu yang disertai dengan nilai peluang.

(7) Membangun pemodelan matematika. Untuk membangun suatu model matematika ataupun menyelesaikan suatu masalah, langkah pertama adalah mengumpulkan data. Selain itu, pengetahuan tentang data tersebut serta relasinya. Selanjutnya, seringkali kita perlu melakukan klasifikasi mengenai data. Hasil dari ini kita harus mendesign hal yang berkaitan dengan data tersebut, kemudian juga mengambil kesimpulan, serta melakukan pengujian apakah cara yang berfikir yang diambil benar. Pada saat ini, dengan adanya alat komputer kita harus dapat melakukan hal di atas secara otomatis.

6. RENCANA KEGIATAN MENDATANG

6.1. Tantangan untuk Pendidikan Matematika

Pada uraian di atas, tampak bahwa kegiatan bermatematika sangat bermanfaat bagi seorang saintis, engineer, dan sekarang sudah dilakukan oleh ahli ilmu sosial dan bidang-bidang lain. Dalam segala bidang, untuk memberikan alasan, kuantifikasi tidak dapat dihindarkan. Oleh karena itu kemampuan bermatematika sangat berguna.

Masalahnya kemudian, kita harus memperkenalkan kerja bermatematika ini kepada siswa, mulai dari sekolah dasar tanpa harus membuat mereka jera.

Saat ini saya sudah menuliskan buku dengan judul "Matematika untuk Semua" yang ditujukan untuk guru. Isinya kurang lebih memberikan pengalaman bermatematika, dengan tujuan akhir kemampuan menyelesaikan masalah. Minimal mereka harus berani mencoba dengan sikap, coba dan perbaiki. Mereka juga harus mampu agar dapat membagi masalah menjadi masalah yang lebih sederhana, mengubah masalah, memanfaatkan informasi yang ada untuk digunakan menyelesaikan masalah, memanfaatkan informasi yang ada untuk menduga dengan menggunakan analogi, menggunakan pola sebagai dugaan.

Tantangan berikutnya adalah memberikan kesempatan kepada siswa agar dapat berkembang sehingga dapat melakukan argumentasi dan bermatematika.

6.2. Melakukan Penelitian

Pada hari-hari mendatang, saya akan terus melakukan penelitian mengenai bidang keahlian saya selama ini yaitu variabel banyak kompleks. Bidang ini sangat lebar, karena pada fungsi kompleks ada tiga pendekatan yang biasa dilakukan. Pertama, pendekatan persamaan

Cauchy-Riemann per variabel yang menggunakan persamaan diferensial parsial. Kedua, pendekatan Integral Cauchy, yaitu menyatakan nilai suatu fungsi dalam bentuk integral terhadap batasnya. Ketiga, pendekatan deret pangkat yang berkaitan dengan Aljabar Komutatif. Saat ini penelitian dilakukan pada pendekatan pertama saja, yaitu tentang persamaan diferensial Laplace dan modifikasinya.

Misalkan diketahui fungsi real $f: R \to R$, maka untuk beberapa kasus tertentu kita dapat mempunyai fungsi $u(x, y)$ yang terdefinisi di setengah bidang atas dengan $u(x, 0) = f(x)$. Fungsi ini dapat dicari sebagai $u(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(s)P(x-s,y)ds$ dengan $P(x,y) = \frac{1}{\pi}\frac{y}{x^2+y^2}$ yang disebut sebagai kernel Poisson. Selanjutnya, kita dapat membentuk suatu fungsi kompleks $f(x,y) = u(x,y) + iv(x,y)$ dengan $\lim_{y\to\infty} v(x,y) = 0$. Pemetaan yang membawa fungsi $f(x) \mapsto v(x,0)$ disebut sebagai pemetaan Hilbert.

Analogi dari pemetaan Hilbert untuk dimensi yang lebih tinggi disebut operator integral fraksional. Operator ini juga merupakan bidang kajian dari rekan Prof. Hendra Gunawan (lihat http://personal.fmipa.itb.ac.id/hgunawan/). Di beberapa makalahnya, Prof Hendra Gunawan membuktikan keterbatasan operator tersebut pada ruang Morrey maupun ruang Morrey lemah. Dengan bekal ini, saya juga bekerja pada komutator dari operator tersebut. Makalah tentang ini sudah diterbitkan pada tahun 2013 [8]. Saat ini dengan Sdr Yudi Soeharyadi sedang melakukan penelitian tentang keterbatasan dari operator fraksional di ruang Morrey-Lorentz yang merupakan ruang interpolasi antara ruang Morrey kuat dan ruang Morrey lemah.

6.3. Perkuliahan "Terbalik"

Pada jaman dahulu informasi tentang isi mata kuliah terutama diperoleh dari pengajar. Kemudian datang saat buku menjadi lebih murah sehingga setiap mahasiswa dapat memiliki. Tetapi perkuliahan tetap dilakukan dengan memberikan informasi. Pada saat itu, pengajar datang dengan informasi dan mahasiswa datang mendengarkan.

Tetapi saat ini, informasi tentang ilmu pengetahuan dalam bentuk video, tulisan dan lain sebagainya. Untuk memanfaatkan ini, sejak tiga tahun ini saya melakukan percobaan tentang perkuliahan. "Perkuliahan" yang saya berikan muncul dalam catatan kuliah. Isinya tentang hal-hal dasar dari konsep yang ada, dan pertanyaan pengembangan. Saya mengharapkan bahwa mereka mengerjakan sebelum perkuliahan. Jika mengalami kesulitan, saya mengharapkan mereka dapat mencari informasi dari buku pegangan, ataupun informasi dari mana saja. Kemudian, pada saat perkuliahan kita hanya melakukan diskusi, mahasiswa yang aktif menjelaskan pertanyaan yang ada. Saya sudah melakukan hal ini baik di kelas kecil maupun kelas besar 200 mahasiswa. Sayang hasil dari kelas besar tidak menunjukan perbedaan yang kuat antara kelas yang diberi perkuliahan biasa dan perkuliahan "terbalik". Tetapi saya mengharapkan bahwa mahasiswa sudah dapat memperoleh

informasi dari buku. Saya kira ketrampilan ini sangat diperlukan di masa-masa yang akan datang.

7. UCAPAN TERIMA KASIH

Perkenankan saya menyampaikan terima kasih kepada pimpinan dan anggota Forum Guru Besar ITB, yang telah memberi kesempatan dan memfasilitasi terselenggaranya orasi ilmiah pada Sidang Terbuka Forum Guru Besar ITB ini. Saya menyampaikan terima kasih juga kepada pimpinan ITB saat ini yang telah memberikan kesempatan untuk menyampaikan Orasi, dan juga kepada pimpinan ITB periode sebelumnya yang telah percaya untuk memproses jabatan Guru Besar.

Saya juga mengucapkan terima kasih kepada guru-guru saya. Terutama kepada, Almarhum Prof Moedomo yang telah membuat pemahaman matematika saya lebih baik karena memberikan gagasan untuk mendalami Zorn Lemma. Kepada Prof. M Ansjar yang telah memperkenalkan masalah penghampiran fungsi di ruang berdimensi tak hingga. Terima kasih pula kepada Dr Bana G Kartasasmita yang telah bersedia membuat buku bersama, "Matematika untuk Semua".

Saya juga mengucapkan terima kasih kepada Prof. Pudji Astuti, sebagai Dekan FMIPA Periode 2010-2012, dan Prof. Irawati yang telah mendorong saya untuk mengumpulkan karya yang ada untuk diajukan ke jabatan Guru Besar. Kepada pimpinan FMIPA Prof. Umar Fauzi, Dr Fida Madayanti Warganegara, dan Dr Hilda Assiyatoen, Dekanat 2012-2015,

yang memproses dan mengawal kenaikan jabatan ke jenjang guru besar. Terima kasih untuk Prof. Hendra Gunawan, sebagai Ketua KK, yang telah menuliskan rekomendasi untuk saya dan meyakinkan Senat Akademik. Juga untuk teman-teman dalam kelompok Analisis dan Geometri: Drs Koko Martono MSi, Dr Oki Neswan, Dr Yudi Suharyadi, Dr Janny Lindiarti, Dr. J.M. Tuwankotta, Dr Jalina Wijaya, Eric, M.Sc yang telah menyetujui ke jabatan guru besar. Demikian pula kepada Prof. van Groesen dan Prof F. Verhuslt yang telah bersedia menuliskan rekomendasi. Yang terakhir dan yang teristimewa tentunya semua teman staff pengajar di Matematika yang telah membuat bekerja dengan nyaman selama 32 tahun. Saya ingin mengucapkan terima kasih ke Ahmad Muchlis dan Robert Saragih yang menemani bermain bulu tangkis selama 22 tahun dan juga Agah Garnadi yang telah memperkenalkan masalah invers dan memberikan pustaka tentang Herry Potter.

Saya juga mengucapkan terima kasih kepada keluarga, Harlili, Harsali Lampus, Nathania Wonoputri, Guntur Susanto dan Vita Wonoputri yang telah memberikan kesempatan ayahnya mencapai cita-cita untuk memberi warna yang lebih baik ke dunia matematika di Indonesia, dengan membiarkan ayahnya menulis buku matematika sekolah sehingga jenjang jabatan di ITB terlambat.

8. DAFTAR PUSTAKA

1. E.T. Bell, *Mathematics, Queen & Servent of Science*, McGrawHill Book Company, Inc, 1951
2. C.B. Boyer, *A History of Mathematics*, Wiley Internasional Edition, John Wiley & Sons, 1968.
3. K. Bryan and Leise, Impedance Imaging, Inverse Problems, and Harry Potter's Cloak, SIAM REVIEW , Vol. 52, No. 2, pp. 359–377
4. T. Gowers (ed), *The Princeton Companian to Mathematics*, Princeton University Press, 2008.
5. Saunders Mac Lane, *Mathematics Form and Function*, Springer Verlag, 1986.
6. R. Penrose, *The Road to Reality,* Vintage Books, 2004.
7. R Soedjadi, Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia. Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional, 1999/2000.
8. Wono Setya Budhi, Janny Lindiarni,The boundedness of commutators of generalized fractional integral operators on specific generalized Morrey space, *Far East Journal of Mathematical Science*, 81, 213-224, 2013

CURRICULUM VITAE

Nama	:	**M. WONO SETYA BUDHI**
Tmpt. & tgl. lhr.	:	Weleri, 15 Mei 1955
Kel. Keilmuan	:	Analisis dan Geometri
Alamat Kantor	:	Jalan Ganesha 10 Bandung.
Nama Istri	:	Harlili
Nama Anak	:	1. Nathania Wonoputri dan Harsali Lampus 2. Vita Wonoputri dan Guntur Susanto

I. RIWAYAT PENDIDIKAN

- Doctor of Philosophy (Ph.D.), bidang variabel banyak kompleks dengan disertasi *Proper holomorphic mappings in complex eggs*, University of Illinois ata Urbana Champaign, Illinois, Amerika Serikat, 1993.
- Magister Sains, Matematika, ITB, 1984.
- Sarjana (Ir), Matematika, ITB, 1982.

II. RIWAYAT PEKERJAAN/PENUGASAN di ITB:

- 2015 – skrg. : Anggota KPPS FMIPA ITB.
  Anggota Majelis Keilmuan di rumpun keilmuan Matematika.
- 2008-2010 : Ketua KKAG.
- 1994-1998 : Anggota Senat FMIPA.
- 1993-1995 : Koodinator Kalkulus.

III. RIWAYAT KEPANGKATAN:

• Calon Penata Muda	III/a	01-03- 1983
• Penata Muda	III/a	01-07-1984
• Penata Muda Tk. I	III/b	01-04-1987
• Penata	III/c	01-04-1994
• Penata Tk. I	III/d	01-10-1997
• Pembina	IV/a	01-04-2000
• Pembina Tk. I	IV/b	01-10- 2002

IV. RIWAYAT JABATAN FUNGSIONAL

• Asisten Ahli	01-04-1988
• Lektor Muda	01-12-1993
• Lektor	01-05-1997
• Lektor Kepala Madya	29-12-2000
• Lektor Kepala	01-01- 2001
• Guru Besar	01-06-2014

V. PENGAJARAN (5 tahun terakhir)

- Matematika TPB
- Geometri dan Geometri Diferensial
- Fungsi Kompleks
- Fungsional Analisis

VI. RIWAYAT DALAM ORGANISASI PROFESI /MASYARAKAT KEILMUAN

- 2015 : Anggota IndoMS