Majelis Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Majelis Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Pidato Ilmiah Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Profesor M. Salman A.N.

TEORI GRAF:
MEMAKNAI TITIK DAN GARIS

28 Januari 2011
Balai Pertemuan Ilmiah ITB

Hak cipta ada pada penulis

Pidato Ilmiah Guru Besar
Institut Teknologi Bandung
28 Januari 2011

Profesor M. Salman A.N.

TEORI GRAF:
MEMAKNAI TITIK DAN GARIS

Majelis Guru Besar
Institut Teknologi Bandung

Hak cipta ada pada penulis

Judul: TEORI GRAF: MEMAKNAI TITIK DAN GARIS
Disampaikan pada sidang terbuka Majelis Guru Besar ITB,
tanggal 28 Januari 2011.

Hak Cipta dilindungi undang-undang.
Dilarang memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini dalam bentuk apapun, baik secara elektronik maupun mekanik, termasuk memfotokopi, merekam atau dengan menggunakan sistem penyimpanan lainnya, tanpa izin tertulis dari Penulis.

UNDANG-UNDANG NOMOR 19 TAHUN 2002 TENTANG HAK CIPTA

1. Barang siapa dengan sengaja dan tanpa hak mengumumkan atau memperbanyak suatu ciptaan atau memberi izin untuk itu, dipidana dengan pidana penjara paling lama **7 (tujuh) tahun** dan/atau denda paling banyak **Rp 5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).**
2. Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta atau Hak Terkait sebagaimana dimaksud pada ayat (1), dipidana dengan pidana penjara paling lama **5 (lima) tahun** dan/atau denda paling banyak **Rp 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).**

Hak Cipta ada pada penulis

Data katalog dalam terbitan

M. Salman A.N.
TEORI GRAF: MEMAKNAI TITIK DAN GARIS
Disunting oleh M. Salman A.N.

Bandung: Majelis Guru Besar ITB, 2011
viii+64 h., 17,5 x 25 cm
ISBN 978-602-8468-32-9
1. Matematika Kombinatorika 1. M. Salman A.N.

SINOPSIS

KILAU TITIK GARIS *) 104

Konigsberg menjadi saksi ketika tanya terbesit di otak kiri.
Inginkan tujuh jembatan terinjaki dan kembali ke pijakan kaki.
Lalui semua tepat sekali dengan penuh efisiensi.
Akankah peluh suatu saat berhenti atau tak akan berakhir mati?
Untunglah Euler 1736 memberikan coretan pasti.

Titik noktah yang mampu memaknai.
Ilusi dikemayaan divisualisasi tangkapan inderawi.
Terkoneksi oleh iringan garis sebagai insidensi.
Inisiasi berjuta masalah menjadi model yang mudah diilustrasi.
Kilauan graf mencahayai dalam mencari solusi.

Giliran anak negeri untuk berfikir menunjukkan prestasi.
Asah kegigihan, pelihara konsistensi, tunjukkan harga diri.
Rapikan dan sederhanakan bukti untuk melangkah pasti.
Indonesia ikut berpartisipasi mengukir kebanggaan insani.
Semoga Illahi selalu tersenyum memberikan energi.

*) 104 *coretan* ***M. Salman A. N.,***
merupakan satu dari sepuluh puisi terbaik Lomba Menulis Puisi Matematika dengan peserta terbanyak (2008 peserta) yang diakui Museum Rekor Dunia Indonesia (MURI) 2008

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah yang telah mencukupkan rahmat dan karunia-Nya kepada makhluk. Shalawat beriring salam semoga dilimpahkan Allah kepada Rasulullah Muhammad SAW.

Hanya atas izin dan pertolongan Allah, saya dapat menulis dan menyampaikan orasi berjudul **"Teori Graf: Memaknai Titik dan Garis"**. Orasi ini merupakan pertanggungjawaban akademik atas jabatan Guru Besar saya. Terima kasih yang sebesar-besarnya disampaikan kepada Pimpinan dan Anggota Majelis Guru Besar ITB yang telah memberi kesempatan kepada saya untuk menyampaikan orasi ini.

Teori graf merupakan salah satu area utama pada kombinatorika yang selama beberapa dekade terakhir telah berkembang dengan pesat sebagai bagian dari matematika. Beberapa masalah nyata dalam kehidupan dapat dimodelkan dan ditentukan solusinya dengan menggunakan teori graf.

Orasi ini dibagi dalam lima bagian yang disinopsikan dalam satu puisi kombinatorik dengan judul **"Kilau Titik Garis"**. Banyaknya kata pada puisi tersebut adalah 104. Bilangan 104 sengaja dipilih karena merupakan suatu bilangan yang menarik yakni terdiri dari 3 angka dan 1+0+4=5 yang berarti puisi tersebut terdiri dari 3 bait dengan masing-masingnya memuat 5 larik. Lebih jauh lagi rangkaian huruf pertama dari setiap larik mulai dari larik pertama sampai larik terakhir akan membentuk judul dari

puisi tersebut. Bait pertama menceritakan sejarah dan filosofi Teori Graf, bait kedua menggambarkan bahwa Teori Graf banyak mempunyai aplikasi, dan bagian terakhir merupakan suatu tekad bahwa kita sebagai anak bangsa harus dapat berperan untuk membuat dunia lebih baik karena diridhai oleh Yang Mahakuasa. Tambahan lagi, huruf terakhir dari setiap larik adalah "i" yang menyimbolkan kita harus berusaha menjadi nomor 1.

Akhirnya, mudah-mudahan materi yang saya sampaikan ini dapat kiranya membawa manfaat bagi kemajuan ilmu pengetahuan, teknologi, dan seni. Semoga Allah berkenan meyingkapkan tirai ilmu dan hikmah-Nya buat kita, aamiin.

Wassalam,

Bandung, 28 Januari 2011

M. Salman A. N.

DAFTAR ISI

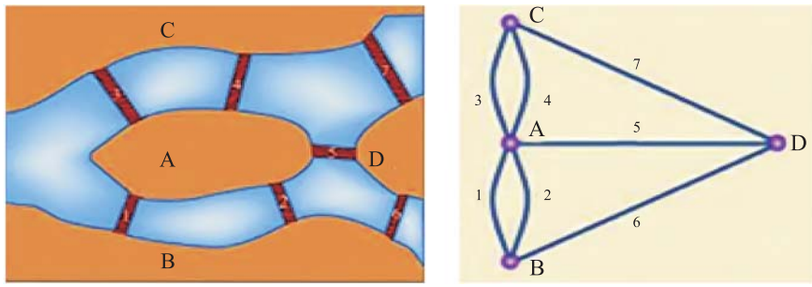
SINOPSIS iii
KATA PENGANTAR v
DAFTAR ISI vii
1. PENDAHULUAN 1
2. PEWARNAAN λ - *BACKBONE* 5
3. PELABELAN TOTAL *H*-AJAIB DAN *H*-ANTIAJAIB 16
4. DIMENSI METRIK GRAF 25
5. MENGKOMBINASIKAN MIMPI DENGAN KOMITMEN SEJATI 33
UCAPAN TERIMA KASIH 36
REFERENSI 40
CURRICULUM VITAE 47

TEORI GRAF:
MEMAKNAI TITIK DAN GARIS

Cinta *Sang Pecinta menggelorakan* ***cinta****.*
I*nspirasikan* ***cinta*** *terinduksi sentuhan* ***Cinta****.*
N*antikan keakraban dibisikkan penuh* ***cinta****.*
T*erakselerasi nafas berenergikan tahmid* ***cinta****.*
A*badi bersama kenikmatan surga* ***cinta****.*

1. PENDAHULUAN

Bermula sejarah dari suatu kota di sebelah timur Prussia (Jerman sekarang), tepatnya bernama Konigsberg (sekarang bernama kota Kaliningrad). Di kota tersebut terdapat sungai Pregal yang mengalir mengitari pulau Kneiphof, lalu bercabang menjadi dua buah anak sungai. Di atas sungai tersebut dibangun tujuh jembatan yang menghubungkan daratan yang dibelah oleh sungai. Untuk memudahkan kita membayangkannya, perhatikan Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Sketsa Jembatan Konigsberg dan grafnya

Banyak orang yang melalui ketujuh jembatan Konigsberg kemudian mengajukan pertanyaan. Apakah memungkinkan seseorang melalui ketujuh jembatan tersebut tepat satu kali dan kembali ke tempat semula? Suatu pertanyaan yang sederhana sehingga banyak orang waktu itu merasa penasaran untuk mencobanya. Tapi, tidak ada satu pun yang berhasil. Mereka mencoba memberikan dugaan, bahwa tidak mungkin perjalanan itu dilakukan. Hanya saja, mereka belum bisa memberikan alasannya, mengapa demikian.

Beruntunglah, pada tahun 1736 seorang matematikawan Swiss, Leonhard Euler, berhasil menemukan jawaban masalah ini dengan pembuktian yang sederhana. Ia memodelkan masalah ini menggunakan titik dan garis. Daratan diwakili dengan titik, sebutlah A, B, C, dan D, dan jembatan diwakili dengan garis. Euler memberikan jawaban bahwa tidak mungkin seseorang melalui ketujuh jembatan itu tepat satu kali dan kembali lagi ke tempat asal keberangkatan karena terdapat titik yang berderajat ganjil. *Derajat titik* didefinisikan sebagai banyaknya garis yang terkait dengan titik tersebut. Sebagai contoh titik A berderajat 5. Lebih jauh Euler membuktikan bahwa perjalanan dari satu titik melalui semua garis tepat sekali pada graf terhubung dan kembali ke titik semula, yang kemudian dikenal sebagai sirkuit Euler, hanya dapat dilakukan jika derajat semua titik adalah genap. Seratus tahun kemudian, Hierholzer menunjukkan bahwa sebaliknya pun benar, yakni bila graf G terhubung dan derajat setiap titiknya genap maka G mempunyai sirkuit Euler.

Karya Euler pada masalah jembatan Konigsberg yang kemudian berujung pada konsep graf Eulerian merupakan awal dari lahirnya teori graf. Meskipun tidak terlalu lama, teori graf sebagai cabang matematika telah berkembang sangat pesat akhir-akhir ini, baik dari segi pengembangan teori maupun penerapannya di berbagai bidang, seperti: dalam bidang komunikasi, transportasi, planologi, dan ilmu komputer.

Suatu *graf sederhana* dapat dipandang sebagai sebuah sistem (V,E) dengan V adalah himpunan tak-kosong dan E adalah himpunan yang memuat beberapa pasangan tak-terurut atau $\{u,v\}$ disingkat uv dimana $u,v \in V$ dan $u \neq v$. Unsur di V disebut *titik* dan unsur di E disebut *garis*.

Definisi ini menjadikan teori graf sebagai bahasa yang tepat untuk mendiskusikan relasi pada himpunan yang mencakup topik yang sangat lebar. Biasanya terkait dengan masalah eksistensi, enumerasi, dan optimasi.

Jika kita asosiasikan dengan kehidupan, titik dapat merepresentasikan manusia dan garis merepresentasikan relasi antar manusia. Manusia dan relasi antar mereka merupakan dua hal yang penting. Tidak akan bermakna kehidupan jika tidak terjalin komunikasi. Begitu juga, tidak akan terjalin komunikasi jika tidak ada pelakunya. Selain itu, kehidupan dari masing-masing individu penuh dengan warna seiring dengan bewarnanya relasi yang terjalin antar individu. Adanya perbedaan warna ini, akan menimbulkan keindahan asalkan dapat ditata dengan baik. Karena itu, biarkanlah perbedaan itu selagi masih dalam

kaedah yang dibenarkan.

Begitu juga dengan graf, titik dan garis memegang peran penting dalam teori graf. Struktur dari graf sangat ditentukan oleh titik dan garis, baik dari segi banyaknya titik dan garis, maupun dari segi keterkaitan titik dan garis.

Berbagai hal dapat dilakukan terhadap titik dan garis, antara lain dengan mewarnainya. Ini melahirkan gagasan tentang pewarnaan graf. Titik dan garis juga dapat dinomori sehingga memunculkan gagasan tentang pelabelan graf. Hal lain, pemilihan titik-titik yang menjadi basis sehingga memudahkan pengenalan semua titik lainnya merupakan sesuatu yang menarik dan melahirkan konsep dimensi metrik dari graf.

Pada orasi ini dibicarakan tiga topik dari graf beserta dengan beberapa kontribusi yang saya berikan. Ketiga topik tersebut adalah pewarnaan λ - *backbone*, pelabelan H-ajaib dan H-antiajaib, serta dimensi metrik dari graf. Pembahasan dimulai dengan contoh aplikasi dari masing-masing topik tersebut. Untuk pewarnaan λ - *backbone*, diberikan contoh aplikasinya pada masalah penetapan frekuensi. Pada topik pelabelan graf, diberikan contoh aplikasinya pada masalah pendistribusian pasukan. Kemudian, untuk topik dimensi metrik, diberikan contoh aplikasinya pada masalah penempatan alat deteksi yang mampu mengidentifikasi secara persis keberadaan ancaman.

2. PEWARNAAN λ-BACKBONE

Warna *kehidupan dalam keserasian cit**a**.*

***A**tur keberagaman agar lebih bermakn**a**.*

***R**asakan kebersamaan berlandaskan sinergi cint**a**.*

***N**ikmati kesyukuran kepada Yang Mahakuas**a**.*

***A**gar kebahagiaan terwujud menjadi realit**a**.*

Penggunaan alat komunikasi tanpa kabel *(wireless communication)*, seperti radio, televisi, dan telepon seluler, meningkat cepat pada beberapa tahun terakhir dan diperkirakan pada tahun-tahun mendatang akan tetap terjadi peningkatan bahkan akan sangat tinggi. Untuk itu, diperlukan kemampuan yang baik dalam manajemen penetapan frekuensi *(frequency assignment)*, dengan tujuan agar dapat dihilangkan terjadinya interferensi, dan dengan menggunakan selang frekuensi seminimal mungkin. Tingkat dari interferensi bergantung kepada beberapa hal, antara lain jarak antara satu pemancar *(transmitter)* dengan pemancar yang lain, posisi geografis dari pemancar, kekuatan dari sinyal, dan kondisi cuaca.

Suatu saluran komunikasi terdiri dari satu pemancar dan satu (atau lebih) penerima *(receiver)*. Pemancar membangun dan memancarkan gelombang elektromagnetik yang diterima oleh penerima. Gelombang elektromagnetik memiliki: frekuensi, amplitudo, dan fase. Dua gelombang yang memiliki frekuensi yang sama, bergantung kepada fase

dari dua gelombang tersebut, akan saling berinterferensi. Dalam hal ini, dua gelombang akan saling memperlemah satu dengan yang lain. Karena itu, diperlukan usaha untuk mengatur perbedaan frekuensi dari beberapa saluran komunikasi yang dipancarkan pada suatu daerah yang sama.

Masalah yang muncul adalah bagaimana mengatur frekuensi yang digunakan sedemikian rupa sehingga selang frekuensi yang terpakai dapat dibuat seminimal mungkin dan interferensi dapat dijaga pada tingkat yang dapat ditoleransi. Untuk menyelesaikan masalah ini perlu dikembangkan metode dan perangkat lunak untuk penetapan frekuensi yang baik dan ekonomis pada beberapa pemancar radio. 'Baik' diartikan tidak terjadi interferensi, dan 'ekonomis' diartikan selang frekuensi yang digunakan harus seminimal mungkin.

Sebagian masalah manajemen penetapan frekuensi dapat dimodelkan sebagai masalah pewarnaan graf *(graph coloring)*. Pemancar dimodelkan sebagai titik pada graf. Sedangkan interferensi yang mungkin terjadi di antara dua pemancar dimodelkan sebagai garis dari dua titik yang berkorespondensi.

Pewarnaan graf klasik adalah pemetaan dari himpunan titik graf ke himpunan warna (yang biasanya diwakili oleh subhimpunan bilangan asli) dengan syarat bahwa titik yang bertetangga harus menerima warna yang berbeda. Banyak warna minimum yang diperlukan agar ada pewarnaan graf disebut *bilangan kromatik,* dilambangkan dengan $\chi(G)$.

Masalah bagaimana mengatur penetapan frekuensi pada pemancar-

pemancar sehingga interferensi dapat dijaga pada 'tingkat yang dapat diterima' telah melahirkan variasi pada pewarnaan graf. Hal ini disebabkan oleh perbedaan dari definisi yang diberikan kepada: interferensi, saluran frekuensi yang dianggap sama, dan tingkat interferensi yang dapat diterima (lihat [H80], [L99]).

Sebagian besar dari variasi ini sangatlah sulit untuk diselesaikan *(NP-hard problem)*. Karena itu, salah satu pendekatan yang dilakukan adalah mengembangkan *heuristic algorithms* untuk mendapatkan solusi yang 'cukup baik' secara efisien (yakni dalam *polinomial time*). Pendekatan lain adalah pegembangan teori untuk mendapatkan pengetahuan yang lebih dalam yang dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan masalah penetapan frekuensi. Pendekatan ketiga yang dilakukan adalah penentuan kelas-kelas khusus dari masalah umum sehingga solusi dari masalah tersebut pada kelas-kelas yang ditentukan dapat diselesaikan secara polinomial.

Dalam [BFGW03] Broersma dkk. memberikan suatu model umum yang dapat digunakan untuk memodelkan beberapa masalah pewarnaan. Model umum tersebut sebagai berikut.

Diberikan graf G_1 dan G_2 dengan sifat bahwa G_1 adalah subgraf pembangun dari G_2. Tentukan pewarnaan pada G_2 yang memenuhi batasan jenis 1 pada G_1, dan batasan jenis 2 pada G_2.

Banyak masalah pewarnaan, yang merupakan model dari masalah

manajemen penetapan frekuensi, mengikuti model umum di atas, diantaranya: *distance-2 coloring problem, radio coloring problem, radio labeling problem, dan λ-backbone coloring problem* [B03].

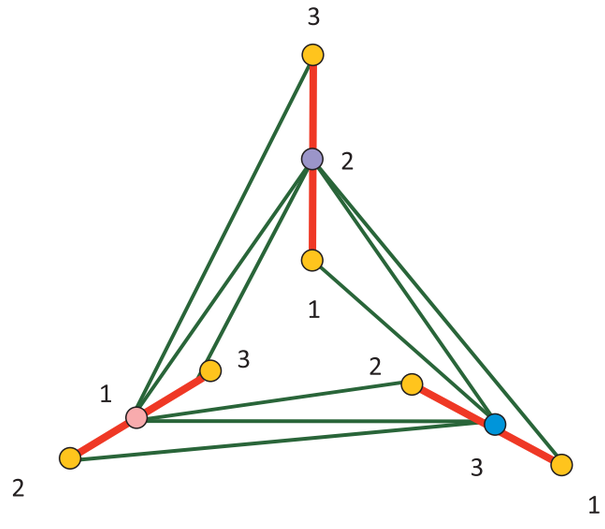
Sejumlah makalah yang memuat penelitian tentang bentuk-bentuk pewarnaan di atas telah dihasilkan. Hasil-hasil yang terkait dengan *distance-2 coloring problem* di antaranya dapat dibaca pada [BBGH01a] dan [BBGH01b]. Pada [BKTL00], [CK96], [FKK01], dan [FNPS01] dapat ditemukan hasil penelitian tentang *radio coloring problem*. Sedangkan hasil penelitian mengenai *radio labeling problem* dapat dibaca pada [GY92] dan [HLS98].

Kami lebih memfokuskan perhatian pada λ-*backbone coloring problem*. Ide tentang pewarnaan λ-*backbone* dikemukakan pertama pada tahun 2003 oleh Broersma dkk. [BFGW03].

Misalkan H adalah subgraf pembangun *(backbone)* dari graf G. Suatu pewarnaan graf f dikatakan *pewarnaan* λ-*backbone* untuk (G,H) jika setiap pasang titik yang bertetangga di H memperoleh warna-warna yang berbeda paling sedikit sebesar λ. Banyak warna minimum yang diperlukan agar ada pewarnaan λ-*backbone* untuk (G,H) disebut bilangan pewarnaan λ-*backbone*, dilambangkan dengan $BBC_\lambda(G,H)$.

Perhatikan graf G dengan *backbone* M yang memiliki garis-garis dengan warna merah seperti pada Gambar 2.1. Graf G memiliki bilangan kromatik 3 (perhatikan angka di samping setiap titik). Bilangan pewarnaan λ-*backbone* untuk (G,H) adalah $3 + \lambda$ (perhatikan warna dari

setiap titik).



Gambar 2.1 Graf G dengan *matching backbone* M

Pewarnaan λ-*backbone* dapat dipakai sebagai model dari suatu manajemen penetapan frekuensi yang memiliki karakteristik sebagai berikut: ada bagian tertentu dari jaringan *(backbone)* yang lebih krusial (terjadinya interferensi lebih besar) jika dibandingkan dengan bagian lainnya. Dalam pemodelan sistem komunikasi, *backbone* adalah bagian dari jaringan yang sangat sibuk *(hot spots)*. Ini bearti kita harus memberikan perbedaan frekuensi yang lebih besar pada bagian *backbone* dibandingkan dengan bagian lainnya.

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung. Subgraf pembangun $H = (V, E_H)$ disebut *tree backbone, path backbone, star backbone, matching*

backbone, atau *n-complete backbone* dari G jika H, berturut-turut, adalah pohon, lintasan, koleksi dari bintang yang tidak beririsan, *matching*, atau koleksi dari graf lengkap berorde n yang tidak beririsan.

Selanjutnya perhatikan definisi dari nilai-nilai berikut:

$\tau_\lambda(k)$ *maks*$\{BBC_\lambda(G,T) \mid T$ adalah *tree backbone* dari G, dan $\chi(G)$ $k\}$;

$\rho_\lambda(k)$ *maks*$\{BBC_\lambda(G,P) \mid P$ adalah *path backbone* dari G, dan $\chi(G)$ $k\}$;

$_\lambda(k)$ *maks*$\{BBC_\lambda(G,S) \mid S$ adalah *star backbone* dari G, dan $\chi(G)$ $k\}$;

$_\lambda(k)$ *maks*$\{BBC_\lambda(G,M) \mid M$ adalah *matching backbone* dari G, dan $\chi(G)$ $k\}$.

Jelas bahwa untuk sebarang graf G dengan *backbone* H berlaku $BBC_\lambda(G,H) \geq \chi(G)$. Pada tahun 2003 Broersma dkk. [BFGW03] menentukan semua nilai dari $\tau_2(k)$ dan $\rho_2(k)$. Secara 'kasar' dapat dikatakan bahwa nilai tersebut bertambah, berturut-turut, sebesar $2k$ dan $3k/2$.

Kemudian, kami [BFMPSY09] menemukan nilai $\varsigma_\lambda(k)$ dan $_\lambda(k)$ untuk semua $\lambda \geq 2$. Secara 'kasar' dapat diketahui bahwa nilai tersebut bertambah, berturut-turut, dengan faktor perkalian $2-1/\lambda$ dan $2-2/(\lambda+1)$ dari bilangan kromatik $\chi(G)$. Hasil lengkapnya dituliskan dalam Teorema 2.1 dan Teorema 2.2.

Teorema 2.1 [Broersma, Fujisawa, Marchal, Paulusma, Salman, Yoshimoto, 2009]

Misalkan $\lambda \geq 2$, *maka fungsi* $\varsigma_\lambda(k)$ *memenuhi nilai berikut:*

a) $\varsigma_\lambda(2) = \lambda + 1$;

b) *untuk* $3 \leq k \leq 2\lambda - 3$, $\varsigma_\lambda(k) = \left\lceil \frac{3k}{2} \right\rceil + \lambda - 2$;

c) *untuk* $2\lambda - 1 \leq k \leq 2\lambda$ *dengan* $\lambda = 2$, $\varsigma_\lambda(k) = k + 2\lambda - 2$;

d) *untuk* $2\lambda - 2 \leq k \leq 2\lambda - 1$ *dengan* $\lambda \geq 3$, $\varsigma_\lambda(k) = k + 2\lambda - 2$;

e) *untuk* $k = 2\lambda$ *dengan* $\lambda \geq 3$, $\varsigma_\lambda(k) = 2k - 1$;

f) *untuk* $k \geq 2\lambda + 1$, $\varsigma_\lambda(k) = 2k - \left\lfloor \frac{k}{\lambda} \right\rfloor$.

Teorema 2.2 [Broersma, Fujisawa, Marchal, Paulusma, Salman, Yoshimoto, 2009]

Misalkan $\lambda \geq 2$, *maka fungsi* $\mu_\lambda(k)$ *memenuhi nilai berikut:*

a) *untuk* $2 \leq k \leq \lambda$, $\mu_\lambda(k) = k + \lambda - 1$;

b) *untuk* $\lambda + 1 \leq k \leq 2\lambda$, $\mu_\lambda(k) = 2k - 2$;

c) *untuk* $k = 2\lambda + 1$, $\mu_\lambda(k) = 2k - 3$;

d) *untuk* $k = t(\lambda + 1)$ *dengan* $t \geq 2$, $\mu_\lambda(k) = 2t\lambda$;

e) *untuk* $k = t(\lambda + 1) + c$ *dengan* $t \geq 2$ *dan* $1 \leq c < \frac{\lambda + 3}{2}$,

$\mu_\lambda(k) = 2t\lambda + 2c - 1$;

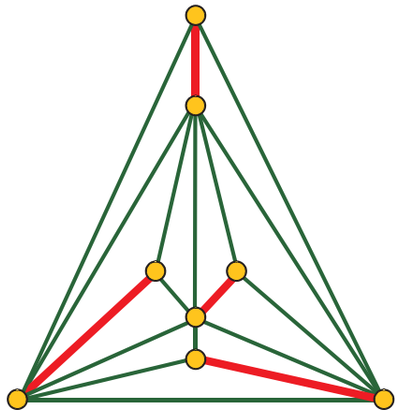
f) *untuk* $k = t(\lambda + 1) + c$ *dengan* $t \geq 2$ *dan* $\frac{\lambda + 3}{2} \leq c \leq \lambda$,

$\mu_\lambda(k) = 2t\lambda + 2c - 2$.

Untuk dapat menentukan relasi antara bilangan kromatik dan bilangan pewarnaan λ-*backbone* dari graf-graf dengan suatu kelas *backbone*

diperlukan dua tahap. Tahap pertama adalah menentukan batas atas 'terbaik' dari bilangan pewarnaan λ-*backbone*. Untuk itu, graf dipartisi menjadi *k* himpunan bebas *(independent set)* dan selanjutnya dicari batas atas dari bilangan pewarnaan tersebut dengan memanfaatkan sifat-sifat yang ada pada himpunan bebas dan juga dengan memperhatikan sifat-sifat dari graf *backbone*. Himpunan $V' \subseteq V(G)$ dikatakan *himpunan bebas* jika G tidak memuat garis dengan kedua titik ujungnya di V'. Tahap kedua adalah menentukan batas bawah 'terbaik' dari bilangan pewarnaan λ-*backbone*. Cara yang dilakukan adalah mengkonstruksi graf yang memiliki bilangan pewarnaan λ-*backbone* yang sama dengan batas atas terbaik.

Pada [BFMPSY09] kami juga menuliskan hasil penelitian terhadap *graf planar*, yakni graf yang dapat digambarkan pada bidang tanpa ada sepasang garis yang bersilangan. Teorema Empat Warna *(Four Color Theorem)* menyatakan bahwa semua muka pada graf planar dapat diwarnai dengan menggunakan paling banyak empat warna sedemikian rupa sehingga tidak ada muka yang bersisian memperoleh warna yang sama. Ini bearti bahwa bilangan kromatik graf planar tidak lebih dari 4. Selanjutnya, dengan menggunakan Teorema 2.2 diperoleh $BBC_2(G, M) \leq 6$ dengan G adalah graf planar dan M adalah *matching backbone*. Diduga 6 bukanlah merupakan batas atas yang terbaik, tetapi batas atas tersebut tidak mungkin diturunkan menjadi 4 karena ada graf planar dengan *matching backbone* seperti ditunjukkan pada Gambar 2.2 memiliki bilangan pewarnaan λ-*backbone* sebesar 5.



Gambar 2.2 $BBC_2(G,M) = 5$

Pada [BMPS09] kami memfokuskan perhatian pada graf split. *Graf split* adalah graf yang himpunan titiknya dapat dipartisi menjadi himpunan bebas dan *clique* (setiap pasang titik pada himpunan tersebut bertetangga di grafnya). Graf *split* diperkenalkan oleh Hammer dan Földes [HF77]. Salah satu contoh graf *split* dapat dilihat pada Gambar 2.1. Graf *split* merupakan kelas graf yang menarik karena merupakan graf *perfect*. Dari sebarang graf dapat dikonstruksi suatu supergraf yang merupakan graf *split* dengan cara memperhatikan suatu himpunan bebas maksimum dari graf tersebut dan menambahkan beberapa garis sehingga terbentuk *clique* dengan anggota semua titik di komplemen himpunan bebas maksimum tersebut. Bilangan pewarnaan λ-*backbone* untuk graf *split* yang dihasilkan dengan *backbone* yang sama pada graf semula merupakan suatu batas atas dari bilangan pewarnaan λ-*backbone* untuk graf asal dengan *backbone* yang diberikan. Pada [BMPS09], kami tentukan

batas atas terbaik untuk graf *split* dengan *star backbone* dan *matching backbone*. Batas atas terbaik bilangan pewarnaan λ*-backbone* untuk graf *split* dengan *star backbone* dituliskan pada teorema berikut.

Teorema 2.3 [Broersma, Marchal, Paulusma, Salman, 2009]

Misalkan $\lambda \geq 2$ *dan* $G = (V, E)$ *adalah graf split dengan* $\chi(G) = k \geq 2$. *Untuk sebarang star backbone* $S = (V, E_S)$ *berlaku:*

$$BBC_\lambda(G,S) = \begin{cases} k+\lambda & \text{untuk } (k=3 \text{ dan } \lambda \geq 2) \text{ atau } (k \geq 4 \text{ dan } \lambda = 2); \\ k+\lambda-1 & \text{untuk yang lain.} \end{cases}$$

Batas atas tersebut adalah batas atas terbaik (*ketat*).

Selanjutnya, perhatikan masalah keputusan (*decision problem*) berikut.

Masalah 2.1

"Misalkan $\lambda \geq 2$. *Diberikan graf* G *dengan backbone* H, *dan bilangan asli* ℓ, *apakah* $BBC_\lambda(G,H) \leq \ell$*?"*

Tentu saja, masalah ini secara umum merupakan suatu masalah *NP-complete*. Pada [S08] dan [BFMPSY09] kami mempelajari masalah ini untuk beberapa *backbone*. Dapat ditunjukkan bahwa untuk masalah ini terjadi loncatan kompleksitas dari *polynomially solvable* ke *NP-complete* antara $\ell = m$ dan $\ell = m+1$ untuk suatu m yang cukup kecil bergantung kepada H dan λ. Pernyataan negatif pada dua teorema berikut dibuktikan dengan melakukan reduksi dari suatu masalah *NP-complete* yakni *graf k-colorability* ([GJ79]).

Teorema 2.4 [Salman, 2008]

a) *Masalah 2.1 adalah polynomially solvable jika* $\ell \leq (n-1)\lambda$ *dan H adalah n-complete backbone.*

b) *Masalah 2.1 adalah NP-complete jika* $\ell \geq (n-1)\lambda + 1$ *dan H adalah n-complete backbone.*

Teorema 2.5 [Broersma, Fujisawa, Marchal, Paulusma, Salman, Yoshimoto, 2009]

a) *Masalah 2.1 adalah polynomially solvable jika* $\ell \leq \lambda + 1$ *dan H adalah star backbone.*

b) *Masalah 2.1 adalah NP-complete jika* $\ell \geq \lambda + 2$ *dan bahkan jika H dibatasi maching backbone.*

Saya akhiri bab ini dengan beberapa masalah terbuka yang menjadi kajian selanjutnya dan terkait dengan pewarnaan λ*-backbone* [S05].

- Untuk sebarang graf G dengan *tree backbone T*, $BBC_2(G,T)$ bisa sebesar $2\chi(G)-1$. Bagaimana dengan $BBC_\lambda(G,T)$ untuk $\lambda \geq 3$?
- Berapakah batas atas terbaik untuk bilangan pewarnaan λ*-backbone* terbesar untuk graf planar dengan *tree backbone, path backbone, star backbone,* atau *matching backbone*?
- Bagaimana karakteristik pewarnaan λ*-backbone* dari graf G dengan *backbone* yang lain, misalnya koleksi dari graf lengkap, koleksi dari graf *grid*, atau koleksi dari graf faktor *n*?
- Bagaimana dengan kompleksitas komputasi perhitungan pewarnaan λ*-backbone*? Lebih khusus, untuk kelas graf dan *backbone* apa saja masalah menjadi polinomial dan untuk apa saja merupakan masalah *NP-complete*?

3. PELABELAN TOTAL *H*-AJAIB DAN *H*-ANTIAJAIB

***L**abel waktu dalam urutan kary**a**.*

***A**sah keuletan penuh semangat menggelor**a**.*

***B**entuk keajaiban yang diakui duni**a**.*

***E**stafetkan karakter tauladan anak bangs**a**.*

***L**ebih tertata dalam kesejukan norm**a**.*

Mengingat luasnya wilayah daratan Negara Kesatuan Republik Indonesia (sekitar 1.919.440 km^2 yang menempati urutan ke-15 pada daftar negara berdasarkan urutan luas wilayah daratan) dan masih belum idealnya pembiayaan dari APBN untuk bidang pertahanan dan keamanan, serta masih sangat terbatasnya jumlah personil tentara/polisi, sangat diperlukan kemampuan yang baik untuk mendistribusikan pasukan. Ada beberapa pertimbangan yang perlu diperhatikan saat merancang pendistribusian pasukan, antara lain dijaminnya pemerataan kekuatan pasukan dan tidak dapat diketahui dengan mudah informasi kekuatan pasukan pada suatu daerah oleh pihak musuh atau pihak yang tidak bertanggungjawab. Pemerataan pasukan pada suatu daerah tidak bearti bahwa pada setiap daerah terdapat pasukan yang sama banyak, tapi yang penting jika diperlukan maka pasukan di sekitar dapat dimobilisasi dengan cepat. Banyak pasukan pada setiap daerah sebaiknya tidak dibuat sama agar musuh tidak dapat mengetahui dengan mudah tentang

distribusi pasukan pada setiap daerah.

Untuk mengatur pendistribusian pasukan tersebut dapat digunakan pelabelan *H*-ajaib yang merupakan perumuman dari pelabelan total garis-ajaib. *Pelabelan graf* adalah suatu fungsi yang memetakan elemen-elemen graf ke himpunan bilangan (biasanya himpunan bilangan bulat positif) yang disebut *label*. Elemen-elemen graf yang dipetakan dapat berupa himpunan titik saja *(pelabelan titik)*, atau himpunan garis saja *(pelabelan garis)*, atau himpunan titik dan himpunan garis *(pelabelan total)*.

Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlacek [S63] pada tahun 1963. Dalam 40 tahun terakhir pelabelan total merupakan salah satu pelabelan yang banyak mendapat perhatian [G09]. Salah satu pelabelan total yang sangat terkenal diperkenalkan oleh Kotzig dan Rosa pada tahun 1970. Mereka [KR70] mendefinisikan *pelabelan total garis-ajaib* pada graf sebagai suatu pelabelan total pada graf dengan himpunan bilangan bulat terurut mulai dari 1 (satu) sampai $p+q$, dengan p dan q berturut-turut menyatakan banyak titik dan banyak garis dari graf, sedemikian sehingga semua garis mempunyai bobot-garis yang sama. Dalam hal ini, *bobot-garis* adalah jumlah label garis dan label dua titik yang terkait dengan garis tersebut. Kemudian, Enomoto dkk. [ELNR98] mengkaji pelabelan ini lebih intensif. Mereka mengkhususkan perhatian dengan menggunakan p label terkecil untuk melabeli semua titik. Pelabelan total garis-ajaib yang mempunyai sifat ini oleh Enomoto dkk. disebut *pelabelan total garis-ajaib super*. Suatu graf yang mempunyai pelabelan total garis-ajaib (super)

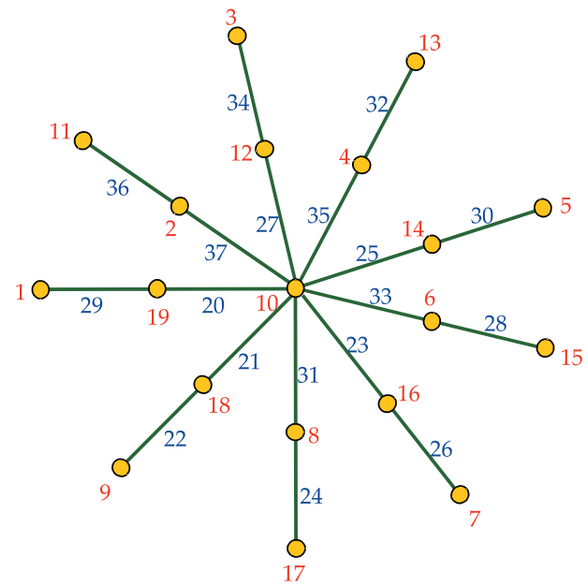
disebut *graf total garis-ajaib (super)*.

Beberapa peneliti sudah mempublikasikan hasil-hasil yang berkaitan dengan pelabelan total garis-ajaib (super). Misalnya, Kotzig dan Rosa [KR70] membuktikan bahwa graf lingkaran, *caterpillar*, graf bintang, dan graf lengkap merupakan total garis-ajaib. Selain itu, Slamin dkk. [SBLMS02] membuktikan bahwa graf roda dan graf kipas merupakan total garis-ajaib. Sedangkan Ringel dan Llado [RL96] memberikan syarat perlu suatu graf mempunyai pelabelan total garis-ajaib. Enomoto dkk. [ELNR98] membuktikan bahwa graf bintang, *caterpillar*, dan sebagian graf lingkaran merupakan graf total garis-ajaib super, serta memberikan syarat perlu suatu graf mempunyai pelabelan total garis-ajaib super. Figueroa-Centeno dkk. [FIM01] juga mempelajari hubungan antara pelabelan total garis-ajaib super dengan jenis pelabelan terkenal lainnya, misalnya pelabelan *cordial*, pelabelan *graceful*, pelabelan *harmonius*, dan pelabelan *sequential*. Pelabelan total garis-ajaib super pada graf Pertersen yang diperumum dapat dilihat di [F01] dan [NB03]. Namun demikian, terdapat beberapa keluarga graf yang kasusnya masih terbuka hingga saat ini; salah satunya adalah graf pohon. Kotzig dan Rosa [KR70] mengemukakan suatu konjektur terkenal mengenai hal ini, yaitu setiap graf pohon merupakan total garis-ajaib. Sedangkan, Enomoto dkk. [ELNR98] meng-konjektur bahwa setiap graf pohon total garis-ajaib super. Salman dkk. [SNI11] mendapatkan hasil yang memperkuat konjektur yang dikemukan Enomoto dkk. [ELNR98] seperti dituliskan pada teorema berikut.

Teorema 3.1 [Salman, Ngurah, Izzati, 2011]

Misalkan $n \geq 3$ *dan* S_n^1 *adalah graf yang diperoleh dari graf bintang beorde* $n+1$ *yang kemudian setiap garisnya disubdivisi, maka* S_n^1 *merupakan total garis-ajaib super.*

Untuk ilustrasi, perhatikan pelabelan total garis-ajaib super untuk graf S_9^1 pada Gambar 3.1. Dapat diperiksa bahwa konstanta ajaib pelabelan tersebut adalah 49.



Gambar 3.1 Pelabelan total garis-ajaib super pada graf S_9^1

Aplikasi dari pelabelan total garis-ajaib juga mulai dikaji pada bidang lain, misalnya dalam skema pembagian rahasia *(secret sharing schema)*, *assingning addresses of communication network*, dan *radar pulse codes* [BG78].

Sementara banyak peneliti mengkaji pelabelan total garis-ajaib

(super) pada beberapa kelas graf, perluasannya pun mulai diperkenalkan. Gutierrez dan Llado [GL05] pada tahun 2005 memperkenalkan konsep selimut ajaib *(magic covering)* dari suatu graf. Suatu graf G dikatakan mempunyai *selimut-H* jika setiap garis di G merupakan garis dari suatu subgraf (dari G) yang isomorfik dengan H. Misalkan G mempunyai suatu selimut-H, fungsi bijektif dari gabungan himpunan titik dan himpunan garis graf G, masing-masing dengan kardinalitas p dan q, ke himpunan bilangan bulat terurut mulai dari 1 (satu) sampai $p+q$ disebut *pelabelan H-ajaib* pada G jika setiap subgraf $\mathcal{H}$ (dari G) yang isomorfik dengan H mempunyai bobot yang sama. Dalam hal ini, *bobot* (dari $\mathcal{H}$) adalah jumlah semua label garis dan label titik yang terdapat pada $\mathcal{H}$. *Pelabelan H-ajaib* dikatakan *super* jika semua p label terkecil digunakan untuk label titik. Suatu graf yang mempunyai *pelabelan H-ajaib* (super) disebut *graf H-ajaib (super)* atau dikatakan *mempunyai selimut-H-ajaib (super)* atau mempunyai pelabelan H-ajaib (super). Pelabelan total garis-ajaib (super) adalah kasus khusus dari *pelabelan H-ajaib* (super) yaitu jika H adalah K_2 yakni graf lengkap dengan dua titik.

Beberapa kelas graf sudah dibuktikan merupakan H-ajaib (super) atau bukan merupakan graf *H-ajaib* (super) untuk suatu H. Untuk menentukan eksistensi pelabelah H–ajaib (super) pada suatu graf, digunakan sifat-sifat yang berlaku pada sistem persamaan linier dan bilangan asli, serta diperhatikan struktur graf yang dikaji. Pengkonstruksian suatu pelabelan H-ajaib (super) dilakukan setelah menentukan batas atas dan batas bawah

dari konstanta H-ajaib. Teknik-teknik yang terdapat pada *counting arguments* dan teknik partisi bilangan diperlukan untuk pengkonstruksian tersebut.

Gutierrez dan Llado [GL05] membuktikan bahwa graf bintang $K_{1,n}$ merupakan graf $K_{1,h}$-ajaib super untuk $1 \le h \le n$, graf lintasan P_n merupakan graf P_h-ajaib super untuk $2 \le h \le n$, graf bipartit lengkap $K_{n,n}$ merupakan graf $K_{1,n}$-ajaib untuk $n \ge 1$, graf lengkap K_n bukan merupakan graf P_h-ajaib super untuk $3 \le h \le n$, dan graf bipartit lengkap $K_{n,n}$ merupakan graf ajaib super-$K_{1,n}$ untuk $n \ge 1$. Llado dan Moragas [LM07] membuktikan bahwa beberapa kelas graf mempunyai pelabelan C_n-ajaib super untuk suatu n. Misalnya, graf roda W_n dengan n ganjil mempunyai pelabelan C_3-ajaib super, graf prisma $C_n \times K_2$ dan graf buku $K_{1,n} \times K_2$ mempunyai pelabelan C_4-ajaib super, dan graf kincir $W(r,k)$ mempunyai pelabelan C_r-ajaib super untuk $k \ge 2$ dan $r \ge 3$.

Pada tahun 2008, Maryati, Baskoro, dan Salman [MBS08], mendapatkan syarat perlu suatu graf bersifat P_3-ajaib dan membuktikan bahwa graf pohon dengan syarat tertentu adalah graf P_h-ajaib super untuk beberapa h.

Teorema 3.2 [Maryati Baskoro, Salman, 2008]

Misalkan G adalah graf pohon yang mempunyai selimut-P_h untuk suatu h. Jika setiap subgraf P_h dari G memuat titik tetap c, maka G merupakan P_h-ajaib super.

Selanjutnya Ngurah, Salman, dan Susilowati [NSS10a], Ngurah,

Salman, dan Sudarsana [NSS10b], dan Salman dan Purnomo [SP10] mendapatkan hasil tentang pelabelan C_n-ajaib super pada graf kincir, tangga, lintasan kC_n, dan graf bipartit tertentu. Salah satu hasil tentang graf bipartit lengkap dituliskan pada teorema berikut.

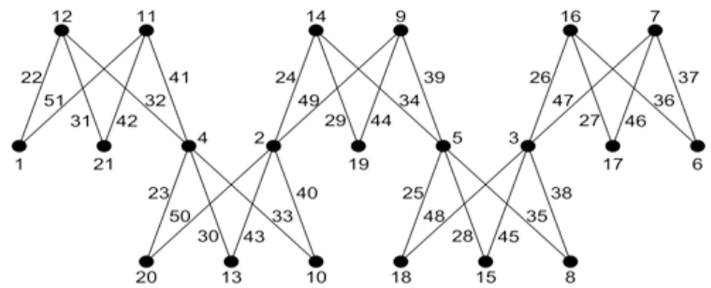
Teorema 3.3 [Salman, Purnomo, 2010]

Misalkan $n \geq 2$. *Jika* $m = n$ *atau* $m = n+1$, *maka graf bipartit lengkap* $K_{m,n}$ *mempunyai pelabelan* C_{2n}*-ajaib super dengan konstanta ajaib*

$$\begin{cases} n^3 + 6n^2 + 2n & untuk\ m = n; \\ n^3 + 7n^2 + 5n & untuk\ m = n+1. \end{cases}$$

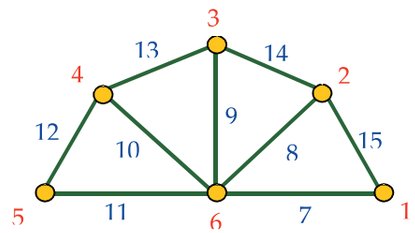
Kemudian, pada [MSBRM10] kami mengembangkan suatu teknik yang disebut *k-equipartition* yaitu suatu cara membagi anggota multihimpunan yang beranggotakan beberapa bilangan bulat positif menjadi k himpunan dengan kardinalitas masing-masing himpunan sama dan jumlah dari semua anggota pada setiap himpunan sama. Teknik tersebut digunakan untuk membuktikan bahwa beberapa graf termasuk graf belenggu adalah H-ajaib super. Sebagai contoh perhatikan pelabelan total $K_{2,3}$-ajaib super pada graf belenggu yang dibentuk dari 5 buah graf bipartit $K_{2,3}$ pada Gambar 3.2. Dapat diperiksa bahwa bobot setiap $K_{2,3}$ pada pelabelan tersebut adalah 268.

Pada tahun 2009, Inayah, Salman, dan Simanjuntak [ISS09] memperumum konsep pelabelan garis-(a,d)-antiajaib (super) menjadi pelabelan H-(a,d)-antiajaib (super). Misalkan G mempunyai suatu selimut-H dan terdapat t subgraf dari G yang isomorfik dengan H,



Gambar 3.2 Pelabelan $K_{2,3}$-ajaib super pada graf *belenggu* ($K_{2,3}$,5)

fungsi bijektif dari gabungan himpunan titik dan himpunan garis graf G, masing-masing dengan kardinalitas p dan q, ke himpunan bilangan bulat terurut mulai dari 1 (satu) sampai $p+q$ disebut *pelabelan H-(a,d)-antiajaib* pada G jika bobot semua subgraf $\mathcal{H}$ (dari G) yang isomorfik dengan H dapat dibentuk menjadi suatu barisan aritmetika a, $a+d$, $a+2d$, ... , $a+(t-1)d$. Dalam hal ini, *bobot* (dari $\mathcal{H}$) adalah jumlah semua label garis dan label titik yang terdapat pada $\mathcal{H}$. Pelabelan H-(a,d)-antiajaib disebut *pelabelan H-(a,d)-antiajaib super* jika semua p label terkecil digunakan untuk label titik. Suatu graf yang mempunyai pelabelan H-(a,d)-antiajaib (super) disebut *graf H-(a,d)-antiajaib* (*super*). Pada [ISS09] kami mengkaji tentang pelabelan H-(a,d)-antiajaib pada graf kipas. Sebagai contoh, perhatikan Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Pelabelan total $C_h - (18h-15, 3)$-antiajaib super dengan $h = 3$ atau $h = 4$ pada graf kipas F_5

Selain itu, kami menentukan suatu batas atas untuk d dan mengenalkan suatu teknik untuk mengkonstruksi *pelabelan dual*. Hal ini diperlukan untuk mendapatkan beberapa pelabelan H-(a,d)-antiajaib (super) yang baru yang dikontruksi dari suatu pelabelan H-(a,d)-antiajaib (super) pada suatu graf sehingga dapat dibuktikan Teorema 3.4 dan Teorema 3.5 berikut.

Teorema 3.4 [Inayah, Salman, Simanjuntak, 2009]

Misalkan G mempunyai pelabelan total $H-(a,d)$-antiajaib, maka G mempunyai pelabelan total $H-(a',d)$-antiajaib dengan

$$a' = \left(|V(H)|+|E(H)|\right)\left(|V(G)|+|E(G)|+1\right)-a-(t-1)d.$$

Teorema 3.5 [Inayah, Salman, Simanjuntak, 2009]

Misalkan G mempunyai pelabelan total $H-(a,d)$-antiajaib super, maka G mempunyai pelabelan total $H-(a'',d)$-antiajaib super dengan

$$a'' = \left[\left(|V(G)|+1\right)|V(H)|+\left(2|V(G)|+|E(G)|+1\right)|E(H)|\right]-a-(t-1)d.$$

Saya akhiri bab ini dengan beberapa masalah terbuka yang menjadi kajian selanjutnya dan terkait dengan pelabelan H-ajaib (super) dan pelabelan H-(a,d)-antiajaib (super).

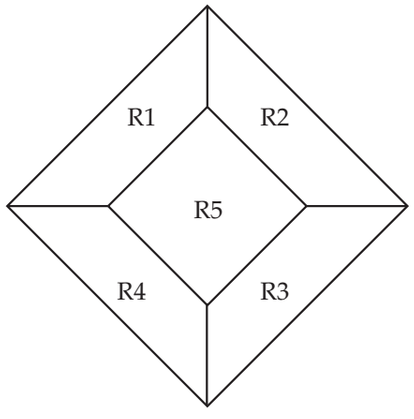
- Apakah syarat perlu dan syarat cukup suatu pohon mempunyai pelabelan P_h-ajaib (super) atau P_h-(a,d)-antiajaib (super)?
- Apakah graf roda W_n bersifat C_n-(a,d)-antiajaib (super)?

4. DIMENSI METRIK GRAF

Basis terpatri dengan kalkulasi eksakta.
Antarkan koordinat tasbih alam semesta.
Semua teratur penuh dengan makna.
Iringi detak sesuai rangkaian teorema.
Selamat kehidupan didamba umat manusia.

Dalam suatu fasilitas penting maupun fasilitas umum, penempatan sensor atau detektor yang dapat mendeteksi adanya ancaman (baik berupa api, bom, pencuri, dan lain sebagainya) merupakan suatu keharusan. Namun demikian, mengingat tingginya biaya pengadaan dan instalasi suatu sensor, perlu dilakukan optimasi tentang banyaknya sensor yang diperlukan. Hal ini tentu saja akan berkaitan langsung dengan pemilihan lokasi sensor yang mendukung optimasi tersebut. Diperlukan penempatan alat deteksi yang mampu mengidentifikasi secara persis keberadaan ancaman dengan menggunakan sumber daya yang minimal.

Di awal 80-an, Slater dkk. ([HSS81], [HSS82], dan [HSS84]) menawarkan suatu metode untuk melakukan optimasi penempatan sensor api yang beroperasi berdasarkan jarak antar ruangan dalam suatu fasilitas. Sebagai ilustrasi, akan diberikan suatu contoh sederhana. Misalkan sebuah fasilitas terdiri dari lima ruangan R1, R2, R3, R4, dan R5 (lihat Gambar 4.1).



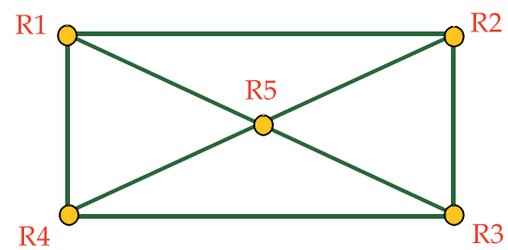
Gambar4.1 Suatu fasilitas yang terdiri dari lima ruangan

Jarak antara R1 dan R3 adalah 2, demikian juga dengan jarak antara R2 dan R4. Jarak antara dua ruangan berbeda lainnya adalah 1, sedangkan jarak antara suatu ruangan dengan dirinya sendiri adalah 0. Jika suatu sensor api diletakkan dalam suatu ruangan tertentu, maka sensor tersebut dapat mendeteksi jarak dari ruangan yang memuat sensor tadi ke ruangan yang mengandung api. Sebagai contoh, misalkan suatu sensor ditempatkan di R1. Jika api terjadi di R3, maka sensor akan memberikan informasi bahwa telah terjadi api di ruangan yang berjarak 2 dari R1. Dengan informasi ini, pengelola fasilitas dapat mengetahui dengan pasti bahwa api terjadi di R3, yang merupakan satu-satunya ruangan berjarak 2 dari R1. Namun demikian, jika terjadi api di R4, maka pengelola fasilitas akan mengalami kesulitan untuk menentukan dengan tepat di mana sumber api berada. Hal ini disebabkan karena sensor hanya memberikan informasi bahwa telah terjadi api di suatu ruangan yang berjarak 1 dari R1,

yang dipenuhi oleh tiga ruangan: R2, R4, dan R5.

Di lain pihak, apabila kita menempatkan dua buah sensor, yang pertama di R1 dan yang kedua di R2; jika kemudian timbul sumber api di R4, maka sensor pertama akan memberikan informasi bahwa telah terjadi api di ruangan yang berjarak 1 dari R1, sedangkan sensor kedua memberi informasi api timbul di ruangan berjarak 2 dari R2, yang biasa dinotasikan dengan R4 memiliki kode (1,2). Dengan pemilihan dua buah sensor yang diletakkan di R1 dan R2 ini, semua ruang akan memiliki kode yang berbeda. Akibatnya minimum banyaknya sensor yang dibutuhkan untuk menentukan secara tepat lokasi ruangan sumber api adalah 2. Selain itu, tetap perlu diperhatikan lokasi penempatan sensor. Misalnya, kita tidak dapat menempatkan sensor di R1 dan R3, karena kode untuk R2, R4, dan R5 akan sama, yaitu (1,1) sehingga pengelola fasilitas tetap tidak dapat menentukan lokasi api secara tepat.

Fasilitas dalam contoh di atas, dapat dimodelkan menjadi suatu graf, yang titik-titiknya memodelkan ruangan-ruangan dalam fasilitas tersebut (lihat Gambar 4.2). Dua titik dalam graf model ini akan bertetangga jika ruangan yang diwakili oleh titik tersebut memiliki dinding yang sama.



Gambar4.2 Graf yang merupakan model fasilitas dalam Gambar 4.1

Misalkan u dan v adalah titik-titik di graf G. Sebuah *jalan u-v dengan panjang k* di G adalah barisan $u=u_0, e_1, u_1, e_2, \ldots, u_{k-1}, e_k, u_k = v$, dimulai dari titik u dan diakhiri dengan titik v. Jika u-v adalah sebuah jalan tanpa titik berulang, maka u-v disebut sebuah *lintasan*. *Jarak* antara u dan v di G, dinotasikan $d(u,v)$, adalah panjang lintasan u-v terpendek di G. Dengan memperhatikan fungsi jarak ini, himpunan titik $V(G)$ adalah sebuah ruang metrik.

Berdasarkan ruang metrik ini, Slater ([S75], [S88]) serta Harary dan Melter [HM76] memperkenalkan ide himpunan pembeda, basis, dan dimensi metrik. Untuk setiap titik v dan sebuah himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, \ldots, w_k\} \subseteq V(G)$, didefinisikan *k-tuple* $r(v|W) = (d(v,w_1), d(v,w_2), \ldots, d(v,w_k))$, sebagai sebuah *penyajian v terhadap W*. Sebuah himpunan W disebut *himpunan pembeda* untuk G jika setiap titik di G mempunyai penyajian tunggal terhadap W. Sebuah himpunan pembeda dengan kardinalitas terkecil disebut *basis* untuk G. *Dimensi metrik G*, dinotasikan $dim(G)$, adalah kardinalitas dari basis untuk G.

Dengan demikian, masalah untuk meminimumkan banyaknya sensor sehingga lokasi ruangan sumber api dapat ditentukan dengan tepat dapat direpresentasikan ke dalam satu kalimat berikut.

Diberikan suatu graf G, tentukan himpunan pembeda atau, jika mungkin, basis G (yang secara otomatis akan memberikan dimensi metrik dari G).

Secara umum, sulit untuk mendapatkan himpunan pembeda, basis, dan dimensi metrik untuk graf sembarang. Garey dan Johnson [GJ79]

telah membuktikan bahwa penentuan dimensi metrik dari graf sembarang adalah *NP-complete*. Sebagai akibatnya, peneliti dalam bidang ini kemudian membatasi kajian dimensi metrik untuk kelas-kelas graf khusus, seperti lintasan, lingkaran, graf lengkap, graf bipartit lengkap, dan graf pohon [CEJO00]. Pada tahun 2008 kami [IBSS08] menentukan dimensi metrik untuk graf dengan garis-garis anting seperti dituliskan dalam Teorema 4.1. Graf tersebut diperoleh dari operasi korona terhadap suatu graf dengan komplemen graf lengkap. Misalkan $H_i \cong H$ *untuk semua* $i \in V(G)$, *graf hasil korona* $G \odot H$ didefinisikan sebagai sebuah graf dengan

$$V(G \odot H) = V(G) \bigcup_{i \in V(G)} V(H_i) \text{ dan}$$

$$E(G \odot H) = E(G) \cup \bigcup_{i \in V(G)} E(H_i) \cup \{iu_i \mid u_i \in V(H_i)\}.$$

Teorema 4.1 [Iswadi, Baskoro, Simanjuntak, Salman, 2008]

Misalkan G *adalah graf terhubung dengan* $|G| = n$ *dan* $m \geq 2$, *maka*

$$G \odot \overline{K_m} = n(m-1).$$

Pada tahun 2009, kami [SBSS09] mendapatkan hasil tentang dimensi metrik untuk graf n-partit dan graf perkalian Cartesius graf n-partit dengan graf lintasan. Graf perkalian Cartesius dari graf G dan graf H adalah graf dengan himpunan titik dan himpunan garis

$$V(G \times H) = V(G) \times V(H) = \{(a,b) \mid a \in V(G), b \in V(H)\} \text{ dan}$$

$$E(G \times H) = \{((a,b),(a',b')) \mid a, a' \in V(G),\ b, b' \in V(H), \text{ dan}$$

$$(a = a' \text{ dan } (b,b') \in E(H)) \text{ atau } (b = b' \text{ dan } (a,a') \in E(G))\}.$$

Teorema 4.2 [Saputro, Baskoro, Salman, Suprijanto, 2009]

Misalkan $n, r \geq 2$, $G \cong K_{k_1,k_2,\ldots,k_n}$, *dan* P_r *adalah graf lintasan dengan* r *titik, maka*

$$dim(G \times P_r) = \begin{cases} dim(G)+1 & \text{jika } G \text{ adalah } K_{s,1} \text{ atau } K_{s,2} \text{ atau } K_{s,2,1} \\ & \text{dengan } s \in [1,4]; \\ dim(G) & \text{untuk yang lain.} \end{cases}$$

Penentuan dimensi metrik dari suatu graf dilakukan melalui dua langkah berikut.

1. *Penentuan batas atas*

   Ini dilakukan dengan mencari himpunan pembeda dari suatu graf. Salah satu cara yang sering digunakan dalam pencarian adalah dengan memperhatikan himpunan pembeda suatu subgraf dari graf tersebut. Kemudian, dengan memperhatikan struktur dari graf, dikonstruksi suatu pembeda untuk graf sedemikian rupa sehingga kardinalitasnya merupakan suatu batas atas yang 'baik' bagi dimensi metrik dari graf yang dikaji.

2. *Penentuan batas bawah*

   Ini dapat dilakukan dengan berbagai metode, di antaranya dengan menggunakan berbagai batas bawah untuk graf sebarang yang dikaji oleh Chartrand dkk. [CEJO00]. Metode lain yang dapat digunakan adalah dengan menentukan semua titik yang akan menjadi anggota himpunan pembeda.

Chartrand dkk. [CEJO00] mengkarakterisasi graf G dengan n titik yang mempunyai dimensi metrik $dim(G)$=1, n-1, atau n-2 yakni:

$dim(G)$=1 jika dan hanya jika $G=P_n$; $dim(G)=n$-1 jika dan hanya jika $G=K_n$; dan untuk $n \geq 4$, $dim(G)=n$-2 jika dan hanya jika $G = K_{r,s}$ dengan $r, s \geq 1$, $G = K_r + \overline{K_s}$ dengan $r \geq 1, s \geq 2$, atau $G = K_r + (K_1 \cup K_s)$ dengan $r, s \geq 1$.

Kajian dimensi metrik telah dilakukan untuk keluarga kelas graf yang mempunyai sifat dimensi metrik tertentu, seperti keluarga kelas graf yang memiliki dimensi metrik konstan yang diteliti oleh Javaid dkk. [JRA08] yakni graf Petersen dan antiprisma. Selain itu, ada juga keluarga kelas graf yang memiliki dimensi metrik relatif konstan. *Keluarga graf berdimensi relatif konstan* $\wp_G$ adalah keluarga graf terhubung dengan dimensi metrik $dim(G)$ berhingga dan tidak bergantung pada orde dari G di $\wp_G$ tapi dapat bergantung pada parameter yang membentuk orde dari G. Beberapa kelas graf yang berkaitan dengan lingkaran ternyata berada dalam keluarga tersebut, antara lain amalgamasi titik dari lingkaran yang telah kami teliti [IBSS10a]. Sebelum menuliskan hasil lengkapnya, perhatikan definisi berikut. Misalkan $\{G_i\}$ adalah koleksi berhingga dari graf dan tiap G_i mempunyai titik tetap v_{oi} yang disebut dengan *terminal*. Graf *amalgamasi titik* $Amal\{G_i, v_{oi}\}$ dibentuk dengan mengambil semua G_i dan merekatkan titik-titik terminal mereka menjadi satu titik.

Teorema 4.3 [Iswadi, Baskoro, Simanjuntak, Salman, 2010a]

Jika $Amal\{C_{n_i}, v_{oi}\}$ *adalah sebuah amalgamasi titik dari t buah lingkaran yang memuat* t_1 *buah lingkaran ganjil dan* t_2 *buah lingkaran genap, maka*

$$dim\left(Amal\left\{C_{n_i}, v_{oi}\right\}\right) = \begin{cases} t_1, & untuk\ t_2 = 0; \\ t_1 + 2t_2 - 1, & untuk\ yang\ lain. \end{cases}$$

Studi tentang himpunan pembeda dari graf dapat juga dilakukan dengan memperhatikan batasan-batasan khusus untuk himpunan pembeda. Salah satu batasannya adalah keterhubungan yang diperkenalkan oleh Saenpholphat dan Zhang [SZ03]. Sebuah himpunan pembeda W dari G dikatakan *terhubung* jika subgraf $\langle W \rangle$ yang diinduksi oleh W adalah subgraf terhubung taktrivial dari G. *Bilangan pembeda* terhubung, dinotasikan $cr(G)$, adalah kardinalitas minimum dari sebuah himpunan pembeda terhubung di G. Pada [IBSS10b] kami mengkaji tentang bilangan pembeda terhubung dan graf pembeda terhubung untuk amalgamasi dari lingkaran.

Akhir-akhir ini, konsep dimensi metrik telah dikembangkan dan beririsan dengan bidang-bidang lain dalam teori graf, seperti dimensi partisi, dekomposisi, orientasi, dominasi, dan pewarnaan dalam graf [SZ04]. Banyak dari konsep yang dikembangkan dari konsep himpunan pembeda tadi juga menghasilkan kajian aplikasi yang menarik.

Saya akhiri bab ini dengan beberapa masalah terbuka yang menjadi kajian selanjutnya dan terkait dengan metrik dimensi.

- Tentukan syarat cukup dan perlu untuk graf yang berorde n memiliki dimensi n-3.
- Tentukan syarat cukup dan perlu untuk graf almagamasi berdimensi metrik konstan atau relatif konstan.

5. MENGKOMBINASIKAN MIMPI DENGAN KOMITMEN SEJATI

Mimpi terkombinasi menjadi model istimewa.
Inisiasi langkah dengan keyakinan membaja.
Menggandeng sahabat berperan merubah dunia.
Perbaiki konstruksi sehingga menghasilkan lema.
Indonesia diakui di kancah dunia.

Kelompok Keahlian Matematika Kombinatorika, sebagai salah satu kelompok keahlian di ITB mempunyai 'mimpi' yakni: *"Terbentuknya citra ITB sebagai pelopor dan penghela pengembangan Matematika Kombinatorika di Indonesia sehingga memberikan kontribusi berupa hasil pemikiran dan penelitian berkualitas yang diakui dunia dan bermanfaat bagi perkembangan ilmu, teknologi, dan seni, serta dapat diaplikasikan untuk kesejahteraan umat manusia."*

Untuk merealisasikan mimpi tersebut, kami, anggota KK Matematika Kombinatorika, mempunyai komitmen untuk melaksanakan pendidikan, penelitian, dan pengabdian pada masyarakat secara terintegrasi dan berkualitas. Kami berkomitmen untuk meningkatkan mutu pengajaran sehingga diharapkan mahasiswa dapat mengambil hal-hal positif yang tidak hanya dari segi penyerapan ilmu pengetahuan yang diajarkan, tetapi juga dari segi nilai-nilai moral yang ditularkan oleh pengajar. Kami yakin

bahwa pengajar yang baik adalah pengajar yang dapat mentransfer ilmu pengetahuannya dengan baik dan sekaligus mentransfer nilai-nilai moral dari kehidupan yang diridhai oleh Yang Mahakuasa.

Secara nasional, kami mempunyai komitmen untuk tetap menjadi pelopor dalam pengembangan serta dalam penyebarluasan keilmuan matematika kombinatorika serta aplikasinya di Indonesia, dengan Teori Graf sebagai basis utamanya. Untuk itu, kami berkomitmen untuk mengajak dan bekerjasama dengan kolega-kolega di perguruan tinggi lain di Indonesia untuk bersama-sama ikut dalam penelitian.

Kami berkomitmen untuk meneruskan dan meningkatkan kualitas penelitian yang telah dilakukan agar dapat berperan lebih aktif memberikan kontribusi pengembangan keilmuan matematika yang signifikan secara internasional. Kami akan terus menjalin dan meningkatkan kerjasama dengan beberapa kolega di luar negeri. Dengan ini diharapkan kita dapat mengetahui perkembangan terkini, melakukan tukar-menukar informasi, dan lebih meningkatkan kontribusi untuk pengembangan ilmu.

Di sisi pengabdian masyarakat, kami mempunyai komitmen untuk berkontribusi dalam peningkatan mutu pendidikan dasar dan menengah. Kami menyadari bahwa matematika harus diajarkan dengan benar dan dengan cara yang baik serta didukung oleh buku referensi yang bermutu baik dari segi isi, maupun dari cara penyajiannya. Kami bermimpi bahwa tidak lama lagi matematika akan menjadi pelajaran yang disukai siswa,

pelajaran yang dianggap 'sahabat' mereka, pelajaran yang dekat dengan kehidupan sehari-hari mereka, pelajaran yang menantang penggunaan logika siswa, logika yang diperlukan untuk membangun bangsa di masa depan.

Terkait dengan ini, peningkatan kualitas pembelajaran matematika di setiap jenjang pendidikan mutlak diperlukan antara lain dengan penyempurnaan kurikulum dan metode pembelajaran. Selain itu, diperlukan usaha untuk membangkitkan minat di dalam diri siswa sehingga ada keinginan dan kesungguhan untuk mempelajari materi dengan baik dan benar. Ini akan efektif jika guru dapat menunjukkan antusiasnya dalam mengelola proses pembelajaran. Salah satu yang dapat dijadikan motivasi untuk itu adalah keyakinan bahwa Tuhan amat mencintai dan mengangkat derajat hamba-hamba-Nya yang berilmu. Keyakinan bahwa belajar dan mengajar adalah ibadah akan membuat siswa dan guru berusaha mempersembahkan yang terbaik kepada Tuhan.

Kami yakin, mimpi ini dapat diwujudkan dengan kerja keras nan cerdas dan ikhlas dari kita semua. Semoga kita diizinkan dan dibimbing oleh Allah SWT untuk bisa ikut berperan dalam mencerdaskan bangsa. Semoga Indonesia akan dikenal dunia karena kontribusinya dalam pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi serta seni yang diridhai oleh Yang Mahakuasa, aaamiiin.

DENGAN IZIN TUHAN, BERSAMA KITA BISA!!!

UCAPAN TERIMA KASIH

Kasih Yang Mahakasih tak terhingga.

Alunan sayang doa Ayah Bunda.

Senyuman sahabat, ananda, istri tercinta.

Indahnya cahaya ilmu guru berjasa.

Hanya Allah yang membalas semua.

Seiring dengan persembahan syukur ke hadirat Allah SWT. dan lantunan shalawat kepada junjungan Nabi Muhammad SAW., pada kesempatan yang berbahagia ini saya ingin menyampaikan rasa hormat dan terima kasih kepada Pimpinan dan Anggota Majelis Guru Besar ITB atas kehormatan yang diberikan kepada saya untuk menyampaikan orasi di hadapan para hadirin sekalian.

Terima kasih yang tak terhingga dan tak terhitung saya sampaikan kepada Abak almarhum Nawawi St. Djamaris, dan Amak almarhumah Salima N, yang telah mendoakan, mendidik, dan memenuhkan kasih sayang. Semoga Allah menyelimuti Abak dan Amak dengan kelembutan cinta-Nya, aamiin. Istri tercinta, Ellia Bahar, dan anak-anak tersayang Ghina Khairesra dan Qodri Azkarayan sambutlah terima kasih dari Ay Ay atas cinta, kasih, sayang, dukungan, dan pengertian, serta kesabaran yang telah diberikan. Kalian adalah inspirasi dan energi dalam kehidupan! Saya mengucapkan terima kasih kepada mertua, Papa almarhum Bahar Ismail,

dan Mama Kartini Bahar yang menjadi teladan bagi kami (menantu, anak, dan cucu). Saya juga mengucapkan terima kasih kepada kakak-kakak dan adik beserta keluarga yang telah menumbuhkembangkan rasa persaudaraan di tengah keluarga besar kita. Saya bersyukur menjadi bagian dari keluarga besar ini.

Terima kasih yang tulus diucapkan kepada semua guru saya diantaranya di TK Tunas Mekar Bukittinggi, SD 9 Bukittinggi, SMP 4 Bukittinggi, SMA 2 Bukittingi, Institut Teknologi Bandung, dan University of Twente, Belanda. yang telah berjasa membimbing dan mendidik sehingga saya bisa berdiri di sini. Khususnya terima kasih kepada Prof. Edy Tri Baskoro yang telah mengenalkan Teori Graf, mengajarkan arti kepemimpinan dan pembelajaran, serta mendukung pencapaian karir akademik saya. Terima kasih khusus juga disampaikan kepada Drs. Koko Martono, MS., Prof. S.M. Nababan, dan Prof. H.J. Broersma (University of Twente, Belanda) yang telah memotivasi dan membimbing saya dalam tugas akhir, tesis, dan disertasi, serta menularkan virus pembelajaran kepada saya. Prof. M. Ansjar, Prof. R.K. Sembiring, almarhum Prof. A. Arifin, dan almarhum Prof. Sunardi terima kasih atas nilai-nilai kehidupan yang telah diajarkan. Terima kasih juga kepada guru saya, Bu Wid, Bu Mul, Pak Nyoman, Pak Hutahaean, Pak Pamuntjak, Pak Hidayat, dan Pak Samyoeto. Terima kasih Prof. S. Jendrol (PJ Safarik University, Slovakia) dan almarhum Prof. C. Hoede (University of Twente, Belanda), serta Prof. Mirka Miller (The University of Newcastle, Australia) yang telah mengajarkan cara membangun suasana akademik yang baik.

Pada kesempatan ini saya ingin menyampaikan terima kasih kepada para guru besar yang telah berkenan memberikan rekomendasi dan kepercayaan kepada saya untuk memperoleh jabatan akademik ini yakni: Prof. Edy Tri Baskoro, Prof. S.M. Nababan, Prof. M. Ansjar, Prof. R.K. Sembiring, Prof. Edy Soewono, Prof. Lilik Hendradjaja, Prof. Freddy Permana Zen, Prof. Djulia Onggo, Prof. Mirka Miller (The University of Newcastle, Australia), dan Prof. Maarten Dolk (Utrech Univesity, Belanda).

Saya sampaikan terima kasih dan penghargaan setinggi-tingginya kepada para eksekutif dan normatif serta karyawan ITB periode 2006-2009, khususnya kepada Prof. Akhmaloka yang telah mendukung proses promosi ini.

Kepada seluruh anggota KK. Matematika Kombinatorika ITB: Dr. Nana N.G., Dr. Saladin U., Dr. Hilda A., Dr. Rinovia S., Dr. Djoko S., Drs. Warsoma D., M.Si, Dra. R.A.D. Kooswinarsinindyah, M.Sc., dan Suhadi W.S., M.Si. saya ucapkan terima kasih atas kerjasama dan suasana kebersamaannya. Begitu juga kepada seluruh mahasiswa S3 saya: Tita, Adi, Suhadi, Ina, Tuti, dan khususnya kepada yang telah lulus Dr. Hasmawati dan Dr. Nurdin. Kepada kolega lainnya yang sering berdiskusi dengan saya, Prof. Hendra G., Prof. Irawati, Prof. Pudji A., Prof. Roberd S., Prof. Sutawanir D., Dr. Agus Y.G., Dr. A. Muchlis, Dr. Dumaria T., Dr. Hanni G., Dr. Iwan P., Dr. Jalina W., Dr. Janni L., Dr. Janson N., Dr. J.M. Tuwankota, Dr. Khreshna I.A.S., Dr. Kuntjoro A.S., Dr. Leo H.W., Dr.

M. Syamsuddin, Dr. Intan D., Dr. Novriana, Dr. Nuning N., Dr. Oki N., Dr. Rieske H., Dr. Sri R., Dr. Udjiana P., Dr. Wono S.B., Dr. Yudi S., Prof. Dody S., Prof. Kairurrijal, Prof. Mitra D., Prof. Triyanta, Prof. Zaki S., Dr. Euis S., Dr. Idham A., Dr. Umar F., Dr. Wahyu S., Dr. A. Waris, Dr. Widayani, Prof. Cynthia L.R., Prof. Buchari, Prof. Yana M.S., Dr. Deana W., Dr. Dessy N., Dr. Fida M., Dra. Lubna, MS., Dra. Samitha, Prof. Suhardja, Dr. Hesti R., Dr. Mahasena P., Dr. Pamudji R, Dr. Suryadi S., dan rekan-rekan lain di FMIPA-ITB, di Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI), di IndoMS, di InaCombS, dan di Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP), serta di Mesjid Salman ITB saya ucapkan terima kasih.

Saya juga ingin mengucapkan terima kasih kepada Prof. C.A. Rodger (Auburn University, Amerika Serikat), Prof. K. Yoshimoto (Nihon University, Jepang), Dr. J. Ryan, (The University of Newcastle, Australia), Prof. Oriol Serra (Universitat Politècnica de Catalunya, Spanyol) dan Prof. Martin Bača (Tehnical University in Košice, Slovakia) atas kerjasamanya dalam penulisan beberapa makalah.

Akhirnya terima kasih saya sampaikan kepada seluruh handai taulan dan hadirin dalam ruangan ini yang dengan sabar mendengarkan pidato saya hingga selesai. Semoga Tuhan berkenan membimbing sehingga kita dapat mengetahui yang benar itu adalah benar dan diberi kekuatan untuk menggapainya dan dapat mengetahui yang salah itu adalah salah dan diberi kekuatan untuk menghindarinya. *Billaahi taufiq wal hidaayah, wassallaamu 'alaikum warahmatulllaahi wabarakaatuh.*

REFERENSI

[BG78] G.S. Bloom dan S.W. Golomb, Numbered complete graphs, unusual rulers and assorted applications, Theory and applications of graphs, *Lecture Notes in Math.* **642**, Springer Verlag, New York (1978) 53-65.

[BKTL00] H.L. Bodlaender, T. Kloks, R.B. Tan, J. van Leeuwen, λ-coloring of graphs, *Proceedings of STACS 2000*, Springer LNCS **1770** (2000) 395-406.

[BBGH01a] O.V. Borodin, H.J. Broersma, A. Glebov, J. van den Heuvel, Stars and bunches in planar graphs. Part I: Triangulations, *Discrete Analysis and Operations Research* **8** (2) (2001) 15-39.

[BBGH01b] O.V. Borodin, H.J. Broersma, A. Glebov, J. van den Heuvel, Stars and bunches in planar graphs. Part II: General planar graphs and colorings, *Discrete Analysis and Operations Research* **8** (4) (2001) 9-33.

[B03] H.J. Broersma, A general framework for coloring problems: old results, new results, and open problems, *Proceedings of the Indonesia-Japan Joint Conference on Combinatorial Geometry and Graph Theory* (2003).

[BFGW03] H.J. Broersma, F.V. Fomin, P.A. Golovach, G.J. Woeginger, Backbone colorings for networks, *Proceedings of the 29th International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science* (WG 2003), LNCS **2880** (2003) 131-142.

[BFMPSY09] H.J. Broersma, J. Fujisawa, L. Marchal, D. Paulusma, A.N.M. Salman, K. Yoshimoto, λ-backbone colorings along pairwise disjoint stars and matchings, *Discrete Mathematics* **309** (2009) 5596-5609.

[BMPS09] H.J. Broersma, L. Marchal, D. Paulusma, A.N.M. Salman, Backbone colorings along stars and matchings in split graphs: their span is close to the chromatic number, *Discussiones Mathematicae Graph Theory* **29** (2009) 143-162.

[CK96] G.J. Chang, D. Kuo, The L(2,1)-labeling problem on graphs, *SIAM Journal on Discrete Mathematics* **9** (1996) 309-316.

[CEJO00] G. Chartrand, L. Eroh, M.A. Johnson, O.R. Oellermann, Resolvability in graphs and the metric dimension of a graph, *Discrete Applied Mathematics* **105** (2000) 99-113.

[ELNR98] H. Enomoto, A. Llado, T. Nakamigawa, dan G. Ringel, Super edge-magic graphs, *SUT Journal of Mathematics* **34** (1998) 1-100.

[FKK01] J. Fiala, T. Kloks, J. Kratochvíl, Fixed-parameter complexity of λ-labelings, *Discrete Applied Mathematics* **113** (2001) 59-72.

[FIM01] R.M. Figueroa-Centeno, R. Ichishima, dan F.A. Muntaner-Batle, The place of super edge-magic labelings among other classes of labelings, *Discrete Mathematics* **231** (2001) 153-168.

[FNPS01] D.A. Fotakis, S.E. Nikoletseas, V.G. Papadopoulou, P.G. Spirakis, Hardness results and efficient approximations for frequency assignment problems and the radio coloring problem, *Bulletin of the European Association for Theoretical Computer Science EATCS* **75** (2001) 152-180.

[F01] Y. Fukuchi, Edge-magic labelings of generalized Petersen graphs *P(n,2), Ars Combinatoria* **59** (2001) 253 – 267.

[G09] J. A. Gallian, A dynamic survey of graph labeling, *The Electronic Journal of Combinatorics* **16** (2009) #DS6.

[GJ79] M.R. Garey, D.S. Johnson, *Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-Completeness*, W.H. Freeman and Company, New York

(1979).

[GY92] J.R. Griggs, R.K. Yeh, Labelling graphs with a condition at distance 2, *SIAM Journal on Discrete Mathematics* **5** (1992) 586-595.

[GL05] A. Gutierrez dan A. Llado, Magic coverings, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **55**, (2005) 43 –52.

[H80] W.K. Hale, Frequency assignment: Theory and applications, *Proceedings of the IEEE* **68** (1980) 1497-1514.

[HF77] P.L. Hammer, S. Földes, Split graphs, *Congressus Numerantium* **19** (1977) 311-315.

[HM76] F. Harary, R.A. Melter, On the metric dimension of a graph. *Ars Combinatoria* **2** (1976) 191-195.

[HLS98] J. van den Heuvel, R.A. Leese, M.A. Shepherd, Graph labeling and radio channel assignment, *Journal of Graph Theory* **29** (1998) 263-283.

[HSS81] B.L. Hulme, A.W. Shiver, P.J. Slater, FIRE: A subroutine for fire protection network analysis, SAND 81-1261, Sandia National Laboratories, Albuquergue (1981).

[HSS82] B.L. Hulme, A.W. Shiver, P.J. Slater, Computing minimum cost fire protection, SAND 82-0809, Sandia National Laboratories, Albuquergue (1982).

[HSS84] B.L. Hulme, A.W. Shiver, P.J. Slater, A Boolean algebraic analysis of fire protection, *Annals of Discrete Mathematics* (1984) 215-228.

[ISS09] N. Inayah, A.N.M. Salman, R. Simanjuntak, On *(a,d)-H*-antimagic coverings of graphs, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **71** (2009) 273-281.

[IBSS08] H. Iswadi, E.T. Baskoro, R. Simanjuntak, A.N.M. Salman, The metric dimension of graphs with pendant edges, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **65** (2008) 139-145.

[IBSS10a] H. Iswadi, E.T. Baskoro, A.N.M. Salman, R. Simanjuntak, Metric dimension of amalgamation of cycles, *Far East Mathematical Science Journal*, **41** (1) (2010) 19-31.

[IBSS10b] Iswadi, E.T. Baskoro, A.N.M. Salman, R. Simanjuntak, The resolving graph of amalgamation of cycles, akan terbit di *Utilitas Mathematica*.

[JRA08] I. Javaid, M.T. Rahman, K. Ali, Families of reguler graphs with constan metric dimension, *Utilitas Mathematica* **75** (2008) 21-33.

[KR70] A. Kotzig dan A. Rosa, Magic valuations of finite graphs, *Canadian Mathematical Bulletin* **13** (1970) 451-461.

[L99] R.A. Leese, Radio spectrum: a raw material for the telecommunications industry, *Progress in Industrial Mathematics at ECMI 98*, Teubner, Stuttgart (1999) 382-396.

[LM07] A. Llado dan J. Moragas, Cycle-magic graphs, *Discrete Mathematics* **307** (23) (2007) 2925-2933.

[MBS08] T.K. Maryati, E.T. Baskoro, A.N.M. Salman, Ph supermagic labeling of some trees, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **65** (2008) 197-204.

[MSBRM10] T.K. Maryati, A.N.M. Salman, E.T. Baskoro, J. Ryan, M. Miller, On H-supermagic labelings for certain shackles and amalgamations of a connected graph, *Utilitas Mathematica* **83** (2010) 333-342.

[NB03] A.A.G. Ngurah dan E.T. Baskoro, On magic and antimagic total labeling of generalized Petersen graph, *Utilitas Mathematica* **63** (2003), 97-107.

[NSS10a] A.A.G. Ngurah, A.N.M. Salman, L. Susilowati, H-supermagic labelings of graphs, *Discrete Mathematics* **310** (8) (2010) 1293-1300.

[NSS10b] A.A.G. Ngurah, A.N.M. Salman, I.W. Sudarsana, On supermagic coverings of fans and ladders, *SUT Journal of Mathematics* **46** (1) (2010) 67-78.

[RL96] G. Ringel dan A. Llado, Another tree conjecture, *Bulletin of the Institute of Combinatorics and its Applications,* **18** (1996) 83-85.

[SZ04] V. Saenpholphat, P. Zhang, Conditional resolvability in graphs: *A survey, Int. J. of Math. Modeling Sci.* **38** (2004) 1997-2017.

[S05] A.N.M. Salman, λ-*Bacbone colorings of graphs: known results and open problems, Proceeding of International Conference on Applied Mathematics 05* (2005) 131-140.

[S08] A.N.M. Salman, The computational complexity of -backbone coloring of graphs with n complete backbones, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **65** (2008) 177-180.

[SNI11] A.N.M. Salman, A.A.G. Ngurah, N. Izzati, On (super) edge-magic total labellings of subdivision of stars Sn, akan terbit di *Utilitas Mathematica*.

[SP10] A.N.M. Salman, A.D. Purnomo, Some cycle-(super)magic labeling of some complete bipartite graphs, *East-West Journal of Mathematics* (2010) 283-291.

[SSSB09] S.W. Saputro, E.T. Baskoro, A.N.M. Salman, D. Suprijanto, The metric dimensions of a complete *n*-partite graph and its cartesian product with a path, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **71** (2009) 283-293.

[S63] J. Sedlacek, Problem 27, Theory of Graphs and its Applications, *Proc. Symposium Smolenice* (1963), 163-164.

[SBLMS02] Slamin, M. Baca, Y. Lin, M. Miller, and R. Simanjuntak, Edge-magic total labeling of wheels, fans, and friendship graphs, *Bulletin of the Institute of Combinatorics and its Applications* **35** (2002) 89-98.

[S75] P.J. Slater, Leaves of trees, *Congressus Numerantium* **14** (1975) 549-559.

[S88] P.J. Slater, Dominating and reference sets in graphs, *Journal of Mathematical and Physical Sciences* **22** (1988) 445-455.

CURRICULUM VITAE

Nama : **M. SALMAN A.N.**
Tmpt. & tgl. lahir : Bukittinggi, 16 September 1968
Nama Istri : Hj. Ellia Bahar, ST.
Nama Anak : - Ghina Khairesra
- Qodri Azkarayan

Alamat kantor : FMIPA-Institut Teknologi Bandung,
Jl. Ganesa 10 Bandung 40132 Indonesia
Telepon : +62-22-2502545
Email : msalman@math.itb.ac.id

RIWAYAT PENDIDIKAN:

- 2005 : Doctor of Mathematics, University of Twente, Enschede, Belanda.
  Judul disertasi: Contributions to graph theory.
  Pembimbing: Prof. Dr. Hajo Broersma
- 1997 : Magister Sains, Departemen Matematika, Institut Teknologi Bandung, Indonesia.
  Judul tesis: Kriteria osilasi untuk persamaan diferensial non linear orde dua.
  Pembimbing: Prof. Dr. S.M. Nababan

- 1993 : Sarjana Sains, Departemen Matematika, Institut Teknologi Bandung, Indonesia.
  Judul tugas akhir: Modulus kontinu dari fungsi kontinu di ruang metrik.
  Pembimbing: Drs. Koko Martono, MS.

RIWAYAT JABATAN:

NO.	*JABATAN FUNGSIONAL*	*TMT*
1.	Guru Besar	01-04-2010
2.	Lektor Kepala	01-04-2007
3.	Lektor	01-03-2003
4.	Asisten Ahli (inpassing)	01-01-2001
5.	Asisten Ahli Madya	01-09-1995

PENUGASAN:

1. Ketua Prodi S2 dan S3 Matematika dan S2 Aktuaria, sejak 2010.
2. Anggota Komisi Kegurubesaran MGB-ITB, sejak 2010.
3. Anggota Komisi Tridharma MGB-ITB, sejak 2010.
4. Anggota senat FMIPA-ITB, 2010.
5. Anggota Tim Humas FMIPA-ITB, 2007-2009.
6. Manajer Keuangan Proyek Dissemination of Indonesian Realistic Mathematics Education (Hibah Belanda), 2006-2010.
7. Anggota Tim Ahli Badan Standar Nasional Pendidikan, sejak 2006.

KEANGGOTAAN PROFESI

1. Sekretaris: the Indonesian Combinatorial Mathematics Society (InaCombS), sejak 2006.
2. Anggota: the Indonesian Mathematical Society (IndoMS), sejak 2005.
3. Ketua: The Indonesian Applied Mathematics Society in The Netherlands (IAMS-N), 2003-2004.

KETUA/ANGGOTA PANITIA KONFERENSI

1. Anggota, *CIMPA-UNESCO-INDONESIA School: Extremal Problem and Hamiltonicity in Graphs*, Bandung, Indonesia, 2-13 Februari 2009.
2. Ketua, *International Conference on Graph Theory and Information Security (ICGTIS)*, ITB Bandung, Indonesia, 10-13 Februari 2007.
3. Ketua, *The Third IAMS-N Seminar*, Delft, Belanda, 21 Oktober 2004.
4. Anggota, *The Second IAMS-N Seminar*, Enschede, Belanda, 20 September 2003.
5. Anggota, *The 12-th Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms (AWOCA)*, Bandung, Indonesia, 14-17 Juli 2001.

HIBAH PENELITIAN

a. Sebagai peneliti utama:

1. *Program Riset dan Inovasi KK ITB*, Pelabelan *H*-ajaib dan *H-(a,d)*-

antiajaib pada graf, 2011.

2. *Program Penguatan Riset Institutsi ITB*, Karakterisasi graf berdasarkan pewarnaan-*f*, 2010-2011.
3. *Program Riset KK ITB*, Optimasi pendeteksi ancaman pada fasilitas penting, 2010.
4. *Program Riset KK ITB*, Pelabelan *H*-ajaib pada graf, 2009.
5. *Hibah Kompetensi Dikti*, Karakterisasi dan pengembangan perangkat lunak untuk graf *H*-ajaib (super), 2008-2010.
6. *Program Riset ITB,* Selimut ajaib pada graf, 2008.
7. *Program Riset Unggulan ITB*, Pengembangan metode dan perangkat lunak untuk manajemen frekuensi komunikasi tanpa kabel, 2006.
8. *Program Riset ITB*, Pengembangan metode graf pada permasalahan manajemen frekuensi komunikasi tanpa kabel, 2005.
9. *KNAW Belanda,* Lambda-backbone colorings, 2004.
10. *KNAW Belanda*, Ramsey number for paths versus some other graphs, 2003.
11. *Mathematical Scientific Activities*, Departemen Matematika ITB, Lingkaran Hamilton pada graf grid, 2001.

b. Sebagai anggota tim peneliti:

1. *Program Riset Internasional KK ITB*, Toward characterization graph with particular dimension, 2010.

2. *Program Riset Internasional KK ITB*, Graphs with "relatively small" metric dimension, 2009.
3. *Program Riset Internasional KK ITB*, Finding Ramsey numbers for union of graphs, 2007.

PUBLIKASI

a. Dalam Jurnal Internasional Bereferee dan Diakui:

1. A.A.G. Ngurah, **A.N.M. Salman**, I.W. Sudarsana, On supermagic coverings of fans and ladders, *SUT Journal of Mathematics* **46** (1) (2010) 67-78.
2. A.A.G. Ngurah, **A.N.M. Salman**, L. Susilowati, H-supermagic labelings of graphs, *Discrete Mathematics* **310** (8) (2010) 1293-1300.
3. Nurdin, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, N.N. Gaos, On the total vertex-irregularity strength of trees, *Discrete Mathematics* **310** (2010) 3043-3048.
4. H. Iswadi, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, R. Simanjuntak, The metric dimension of amalgamation of cycles, *Far East Mathematical Science Journal*, **41 (1)** (2010) 19-31.
5. T.K. Maryati, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, J. Ryan, M. Miller, On *H*-supermagic labelings for certain shackles and amalgamations of a connected graph, *Utilitas Mathematica* **83** (2010) 333-342.
6. Adiwijaya, **A.N.M. Salman**, D. Suprijanto, E.T. Baskoro, A classification of some graphs containing wheels based on

f–colorings, *East-West Journal of Mathematics* (2010) 200-207.

7. **A.N.M. Salman**, A.D. Purnomo, Some cycle-(super)magic labeling of some complete bipartite graphs, *East-West Journal of Mathematics* (2010) 283-291.
8. M. Bača, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, S.W. Saputro, D. Suprijanto, The metric dimension of regular bipartite graphs, akan terbit di *Bull. Math. Soc. Sci. Math. Roumanie*.
9. **A.N.M. Salman**, A.A.G. Ngurah, N. Izzati, On (super) edge-magic total labellings of subdivision of stars S_n, akan terbit di *Utilitas Mathematica*.
10. H. Iswadi, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, R. Simanjuntak, The resolving graph of amalgamation of cycles, akan terbit di *Utilitas Mathematica*.
11. Nurdin, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, N.N. Gaos, On total vertex-irregular labellings for several types of trees, akan terbit di *Utilitas Mathematica*.
12. Wenny Fitria, **A.N.M. Salman**, Nurdin, The total edge irregularity strengths of honeycomb graphs, akan terbit di *Utilitas Mathematica*.
13. Hasmawati, H. Assiyatun, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, The complete bipartite Ramsey numbers, *Utilitas Mathematica* **78** (2009) 129-138.
14. H.J. Broersma, L. Marchal, D. Paulusma, **A.N.M. Salman**, Backbone colorings along stars and matchings in split graphs: their span is close to the chromatic number, *Discussiones Mathematicae Graph Theory* **29** (2009) 143-162.
15. H.J. Broersma, J. Fujisawa, L. Marchal, D. Paulusma, **A.N.M. Salman**, K. Yoshimoto, λ-Backbone colorings along pairwise disjoint stars and matchings, *Discrete Mathematics* **309** (2009) 5596-5609.
16. Nurdin, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, N.N. Gaos, On the total vertex-irregular strength of a disjoint union of *t*-copies of a path, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **71** (2009) 227-233.
17. Adiwijaya, **A.N.M. Salman**, D. Suprijanto, E.T. Baskoro, On *f*-colorings of the corona product of cycles with some other graphs, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **71** (2009) 235-241.
18. N. Inayah, **A.N.M. Salman,** R. Simanjuntak, On (*a*,*d*)-*H*-antimagic coverings of graphs, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **71** (2009) 273-281.
19. S.W. Saputro, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, D. Suprijanto, The metric dimensions of a complete *n*-partite graph and its cartesian product with a path, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **71** (2009) 283-293.
20. T.K. Maryati, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, P_h super magic

labeling of some trees, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **65** (2008) 197-204.

21. **A.N.M. Salman**, The computational complexity of λ-backbone coloring of graphs with *n* complete backbones, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **65** (2008) 177-180.
22. Nurdin, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, The total edge-irregular strengths of the corona product of paths with some graphs, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **65** (2008) 163-175.
23. H. Iswadi, E.T. Baskoro, R. Simanjuntak, **A.N.M. Salman**, The metric dimensions of graphs with pendant edges, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **65** (2008) 139-145.
24. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, On Ramsey numbers for paths versus wheels, *Discrete Mathematics* **307** (2007) 975-982.
25. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, Path-kipas Ramsey numbers, *Discrete Applied Mathematics* **155** (2007) 1878-1884.
26. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, Path-fan Ramsey numbers, *Discrete Applied Mathematics* **154** (2006) 1429-1436.
27. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, C.A. Rodger, More on spanning 2-connected subgraphs of alphabet graphs, special classes of grid graphs, *Bulletin of the Institute of Combinatorics and Its Application* **45** (2005) 17-32.
28. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, C.A. Rodger, A continuation of spanning 2-connected subgraphs in truncated rectangular grid graphs, *Journal of Combinatorial Mathematics and Combinatorial Computing* **49** (2004) 177-186.
29. **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, H.J. Broersma, Spanning 2-connected subgraphs in alphabet graphs, special classes of grid graphs, *Journal of Automata, Languages and Combinatorics* **8 (4)** (2003) 675-681.
30. **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, H.J. Broersma, C.A. Rodger, More on spanning 2-connected subgraphs in truncated rectangular grid graphs, *Bulletin of the Institute of Combinatorics and Its Application* **39** (2003) 31-38.

b. Dalam Jurnal Nasional Bereferee dan Diakui:

31. Nurdin, E. T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, The total edge irregular strengths of the union of $K_{2,n}$, *Jurnal Matematika dan Sains FMIPA-ITB* **11 (3)** (2006) 105-109.
32. **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, H.J. Broersma, A note concerning Hamilton cycles in some classes of grid graphs, *Proceedings ITB Sains dan Teknologi* **35A** (1) (2003) 65-70.
33. **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, H.J. Broersma, Spanning 2-connected subgraphs in truncated rectangular grid graphs, *Journal*

of Indonesian Mathematical Society **8 (4)** (2002) 63-68.

34. **A.N.M. Salman**, Catatan pada criteria osilasi persamaan diferensial nonlinear orde dua, *Journal of Indonesian Mathematical Society* **8 (2)** (2002).

c. Dalam Prosiding Seminar Internasional:

35. **A.N.M. Salman**, T.K. Maryati, On graph-(super)magic labelings of a path-amalgamation of isomorphic graphs, *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications* (2010) 228-233.
36. Adiwijaya, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, D. Suprijanto, The *f*–coloring of graphs containing wheels, *Collection of Presented Paper on International Conference in Mathematics and Applications* (2009) 127-131.
37. **A.N.M. Salman**, A.D. Purnomo, On cycle-(super)magic labeling of some complete bipartite graphs, *Collection of Presented Paper on International Conference in Mathematics and Applications* (2009) 143-162.
38. Nurdin, E. T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, N.N. Gaos, On total edge-irregularity strength of the corona product of paths with stars, *Proceedings of the International Conference and Workshop on Basic and Applied Sciences and Regional Annual Fundamental Science Seminar (ICORAFSS)* III (2009) 114-116.

39. Hasmawati, H. Assiyatun, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, Ramsey numbers on a union of identical stars versus a small cycle, *Proceedings of the International Conference on Computational Geometry and Graph Theory*, Kyoto CGGT 2007, LNCS 4535 (2008) 85-89.
40. **A.N.M. Salman**, T. Agustina, Nurdin, On the total edge-irregular strengths of the grids, *Proceedings of the International Conference on Mathematics and Natural Sciences (ICMNS2)* (2008) 1405-1408.
41. T.K. Maryati, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, Irawati, The supermagicness of a disjoint union of isomorphic connected graph, *Proceedings of the International Conference on Mathematics, Statistics and Applications* (2008) 1-5.
42. S. Widosaputro, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, D. Suprijanto, On the metric dimension of $P_2[P_n]$, *Proceedings of the 3rd International Conference on Mathematics and Statistics* (2008) 215-218.
43. Adiwijaya, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, D. Suprijanto, The *f*-colorings of the corona product of complete graphs with cycle graphs, *Proceedings of the 3rd International Conference on Mathematics and Statistics* (2008) 298-301.
44. Nurdin, E. T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, N.N. Gaos, The total vertex-irregular labellings of tP_n a forest constructed from a disjoint union of paths, *Proceedings of the 3rd International Conference on Mathematics and Statistics (ICoMS-3)* (2008) 311-315.

45. H.J. Broersma, L. Marchal, D. Paulusma, **A.N.M. Salman**, Improved upper bounds for λ-backbone colorings along matchings and stars, *Proceedings of the 33rd Conference on Currence Trends in Theory and Practice of Computer Science SOFSEM* (2007), LNCS 4362 (2007) 188-199.
46. Hasmawati, H. Assiyatun, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, The Ramsey numbers for disjoint union of stars, *Proceedings of International Conference and Workshop on Basic Sciences and Applied Sciences* (ICOWOBAS) (2007).
47. **A.N.M. Salman**, λ-Backbone coloring numbers of split graphs with tree backbones, *Proceedings of The Second IMT-GT 2006 Regional Conference on Mathematics, Statistics, and Applications* (2006) 43-47.
48. Nurdin, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, The edge total irregular strength on the corona product of cycles with the complement of complete graphs, *Proceedings of the International Conference on Mathematics and Natural Sciences (ICMNS1)* (2006) 781-784.
49. Nurdin, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, The edge total irregular strength of the corona product of paths, *Proceedings of The First International Conference on Mathematics and Statistics (ICoMS-1)* (2006) 33-39.
50. Hasmawati, H. Assiyatun, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, The Ramsey numbers for complete bipartite graphs, *Proceedings of The First International Conference on Mathematics and Statistics* (2006).
51. **A.N.M. Salman**, λ-Backbone colorings of graphs: known results and open problems, *Proceeding of International Conference on Applied Mathematics 05* (2005) 131-140.
52. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, The Ramsey numbers of paths versus kipases, *Scientific Program of CTW04 Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization* (2004) 218-222.
53. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, The Ramsey numbers of paths versus fans, *Scientific Program of the 2nd Cologne Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization* (2003) 106-110.
54. **A.N.M. Salman**, H.J. Broersma, Some lower bounds and upper bounds for path-wheel Ramsey numbers, *Proceedings ISTECS* (2003) 1-4.
55. **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, H.J. Broersma, Spanning 2-connected subgraphs of alphabet graphs, special classes of grid graphs, *Proceedings of the Thirteenth Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms* (2002) 151-161.

d. Dalam Prosiding Seminar Nasional:

56. Adiwijaya, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, D. Suprijanto, On the *f*-coloring of the corona product of K_n with K_m or P_m, *Prosiding Konferensi Nasional Matematika* XIV (2008) 211-214.
57. N.N. Gaos, Nurdin, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, The total vertex

irregular labellings of the complete binary and 3-ary tress, *Prosiding Konferensi Nasional Matematika* XIV (2008) 239-244.

58. Nurdin, E.T. Baskoro, **A.N.M. Salman**, N.N. Gaos, The total vertex irregular labellings of the olive and its copies, *Prosiding Konferensi Nasional Matematika* XIV (2008) 245-251.
59. T.K. Maryati, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, Irawati, On P_h-supermagic labelings of cP_n, *Prosiding Konferensi Nasional Matematika* XIV (2008) 281-285.
60. Nurdin, **A.N.M. Salman**, E.T. Baskoro, The total edge irregular strengths of the corona product of paths with wheels, *Prosiding Konferensi Nasional Matematika* XIII (2006) 149-156.

BUKU:

A.N.M. Salman, *Contributions to Graph Theory, ISBN 90-365-2147-5* (2005), Wohrmann, Belanda.

PEMBICARA PADA SEMINAR/KONFERENSI/LOKAKARYA:

1. λ-backbone colorings of graphs, *GraphMaster Workshop 2010*, Bandung, Indonesia, 18-19 Desember 2010.
2. On graph-(super)magic labelings of a path-amalgamation of isomorphic graphs, *The 6th IMT-GT International Conference on Mathematics, Statistics and Its Applications*, Kuala Lumpur, Malaysia, 3-4 November 2010.

3. On cycle-(super)magic labeling of some complete bipartite graphs, *International Conference in Mathematics and Application*, Bangkok, Thailand, 17-19 Desember 2009.
4. The dual of an H-(super) magic labeling, *The second International Conference on Mathematical Modeling and Computation*, Brunei , 8-11 Juni 2009.
5. The computational complexity of λ-backbone coloring of graphs with *n* complete backbone, *The International Conference on Graph Theory and Information Security*, Bandung, Indonesia, 10-13 Februari 2007.
6. λ-backbone coloring numbers of split graphs with tree backbones, *The 2nd IMT-GT Regional Conference on Mathematics, Statistics and Applications*, Penang, Malaysia, 13-15 Juni 2006.
7. Bilangan pewarnaan λ-backbone pada graf split dengan *backbone* segitiga, *Seminar Nasional MIPA 2005*, Depok, Indonesia, 25 November 2005.
8. λ-backbone colorings of graphs: known results and open problems, *International Conference on Applied Mathematics 05, Bandung, Indonesia*, 22-26 Agustus 2005.
9. The computational complexity of λ-backbone colorings, *EIDMA 2004 Symposium*, Mierlo, Belanda, 25-26 November 2004.
10. The Ramsey numbers of paths versus kipases, *CTW04 Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization*, Menaggio, Itali, 31 Mei-2

Juni 2004.

11. On Ramsey numbers $R(P_n,G)$, *EIDMA 2003 Symposium*, Mierlo, Belanda, 13-14 November 2003.
12. Some lower bounds and upper bounds for path-wheel Ramsey numbers, *Indonesian Students' Scientific Meeting*, Delft, Belanda, 9-10 Oktober 2003.
13. Paths-wheel Ramsey numbers, *The 12th Workshop on cycles and Colourings*, Stara Lesna, Slovakia, 1-5 September 2003.
14. Some lower bounds and upper bounds for path-fan Ramsey numbers, *One day IAMS-N Seminar on Applied Mathematics*, Eindhoven, Belanda, 27 Mei 2003.
15. The Ramsey numbers of paths versus fans, *The 2nd Cologne Twente Workshop on Graphs and Combinatorial Optimization*, Enschede, Belanda, 14-16 Mei 2003.
16. Spanning 2-connected subgraphs in truncated rectangular grid graphs and some open problems, *Post Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms*, Newcastle, Australia, 13-14 Juli 2002.
17. Spanning 2-connected subgraphs of alphabet graphs, special classes of grid graphs, *The Thirteenth Australasian Workshop on Combinatorial Algorithms*, Fraser Island, Australia, 7-10 Juli 2002.
18. Spanning 2-connected subgraphs in truncated rectangular grid graphs, *The First IAMS-N Seminar on Applied Mathematics*, Enschede, Belanda, 23-24 Mei 2002.

REVIEWER:

1. Mathematical Reviews, Amerika Serikat.
2. Discrete Applied Mathematics, Belanda.
3. Discrete Mathematics, Belanda.
4. Malaysian Journal of Mathematical Sciences, Malaysia.
5. Journal of Indonesian Mathematical Society, Indonesia.
6. Far East Journal of Applied Mathematics, India.
7. Acta Mathematica Sinica, Cina.
8. Utilitas Mathematica, Kanada.
9. Bulletin of the Institute of Combinatorics and Its Application, Kanada.

PENGHARGAAN:

- Piagam Tanda Kehormatan Presiden Republik Indonesia Satyalancana Karya Satya 10 Tahun, 2006.